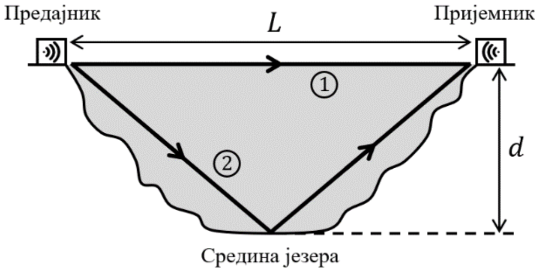
30. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (Бања Лука, 24. мај 2025)

IX РАЗРЕД

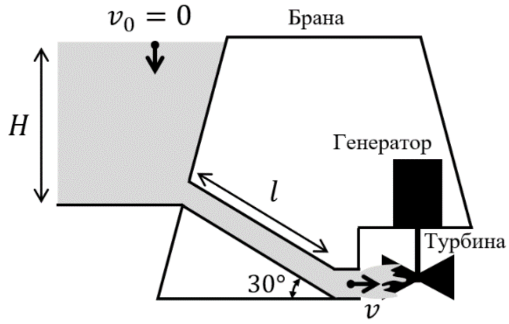
1. Република Српска располаже значајним хидроенергетским потенцијалом захваљујући богатој ријечној мрежи. На нашим ријекама се налази велики број хидроелектрана, а у овом задатку ћемо проучити физичке особине једне такве електране.

(а) Да би се измјерила дубина акумулационог језера предајник истовремено емитује два звучна таласа (слика 1.а). Један талас (1) се креће кроз ваздух уз површину воде брзином $v_1 = 340\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, а други талас (2) се креће кроз воду брзином $v_2 = 1460\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Пријемник детектује да талас који се креће кроз воду стиже за $\Delta t = 1{,}845\ \text{s}$ раније у односу на талас који се креће кроз ваздух. Одредити дубину акумулационог језера d ако је растојање између предајника и пријемника $L = 820\ \text{m}$.



Слика 1.а

(б) У хидроелектранама се потенцијална енергија воде претвара у кинетичку енергију воденог млаза који удара у лопатице *турбине*. *Турбина* окреће магнетни ротор који у статору *генератора* индукује електрични напон. *Генератор* тако претвара механичку енергију у електричну. На слици 1.б је приказана *брана* хидроелектране. Нека је ниво воде на висини $H = 40\ \text{m}$ изнад отвора цијеви која спаја акумулационо језеро и турбину. Ова цијев се састоји од косог дијела дужине $l = 100\ \text{m}$ нагнутог под углом од $30°$ у односу на хоризонталу подлогу и кратког хоризонталног дијела. Одредиит брзину v којом вода удара у лопатице турбине ако се ниво воде у акумулационом језеру не мијења.

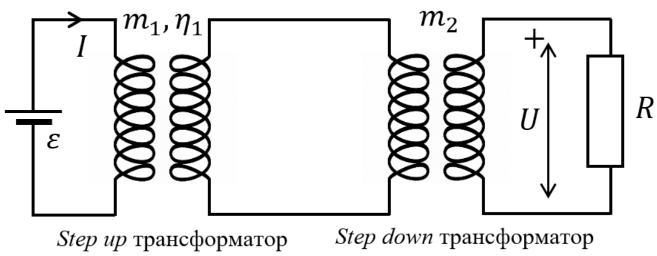


Слика 1.б

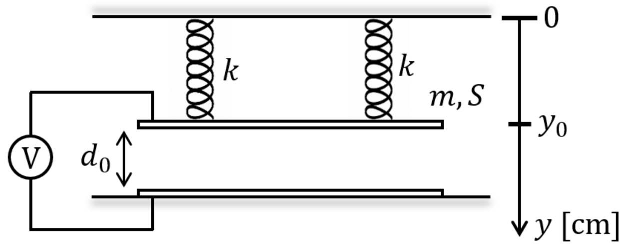
(в) Електричну енергију произведену у електрани је потребно пренијети до потрошача електричне отпорности $R = 20\ \Omega$. Како би губици били што мањи индукована електромоторна сила $\varepsilon = 27\ kV$ се на излазу из електране повећава помоћу *step up* трансформатора чији је преносни однос $m_1 = 0{,}25$ и коефицијент корисног дејства $\eta_1 = 96\ \%$, а затим се у трафостаницама смањује на мрежни напон помоћу *step down* трансформатора чији је преносни однос $m_2 = 300$, а губици занемарљиви (слика 1.в).

(в.1) Израчунати електрични напон U који се јавља на потрошачу R.

(в.2) Израчунати јачину електричне струје I која протиче кроз намотаје статора генератора.



Слика 1.в



Слика 2.

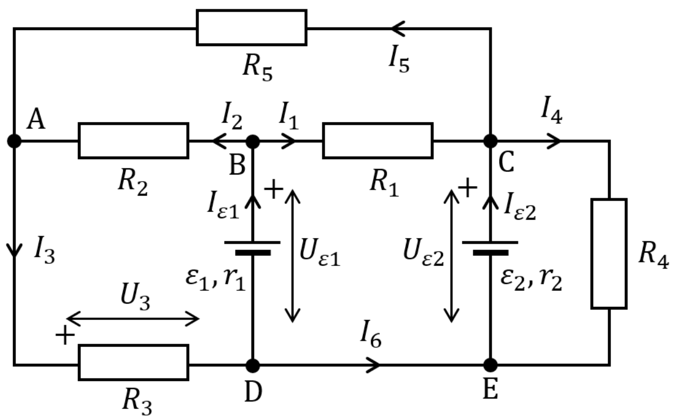
2. Плочасти кондензатор је направљен од двије паралелно постављене проводне плоче, свака површине $S = 500\ \text{cm}^2$ и масе $m = 510\ \text{g}$. Једна плоча лежи на хоризонталној подлози, а друга је окачена о двије еластичне опруге једнаких коефицијената еластичности $k = 100\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Плоче се налазе на међусобном растојању $d_0 = 5\ \text{mm}$ и електрично су изоловане од околине. Кондензатор је прво напуњен и одвојен од електричног извора, а затим повезан са идеалним волтметром који на њему мјери напон $U_0 = 15\ \text{kV}$.

(а) Одредити координату y_0 (слика 2) на којој се налази горња плоча ако је дужине неистегнуте опруге једнака $l_0 = 4\ \text{cm}$. Електрична сила којом се плоче међусобно привлаче је једнака $F = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 S$, гдје је са E означена јачина електричног поља између плоча, а са S површина сваке од њих.

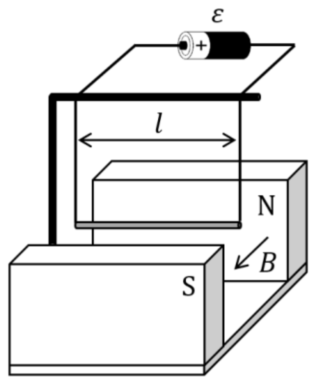
(б) У неком тренутку времена се горња плоча мало помјери тако да започне слободне осцилације око равнотежног положаја y_0 са амплитудом једнаком $y_m = 3\ \text{mm}$. Одредити минимални U_{min} и максимални електрични напон U_{max} који показује волтметар при оваквом осциловању горње плоче.

(в) Израчунати средњу брзину кретања горње плоче v_{sr} ако је фреквенција слободних осцилација описаних у тачки (б) једнака $\nu = 4{,}5\ Hz$.

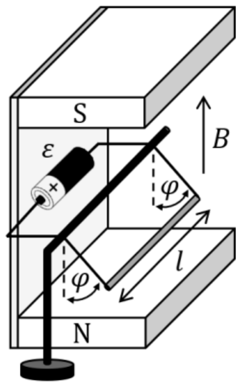
3. У електричном колу једносмјерне струје приказаном на слици 3. су познати напони на реалним напонским изворима: $U_{\varepsilon 1} = 36\ \mathrm{V}$ и $U_{\varepsilon 2} = 18\ \mathrm{V}$, као и струје које протичу кроз ове изворе: $I_{\varepsilon 1} = 10\ \mathrm{mA}$ и $I_{\varepsilon 2} = 5\ \mathrm{mA}$. Такође је познато да се на отпорницима R_2 и R_4 ослобађају топлотне снаге: $P_2 = 96\ \mathrm{mW}$ и $P_4 = 54\ \mathrm{mW}$ и да је напон на отпорнику R_3 једнак $U_3 = 12\ \mathrm{V}$.
(а) Израчунати електромоторне силе напонских извора ε_1 и ε_2 ако су њихове унутрашње отпорности једнаке $r_1 = 50\ \Omega$ и $r_2 = 100\ \Omega$.
(б) Израчунати отпорности свих отпорника у колу.
Напомена: задржати ознаке и референтне смјерове струја као на слици 3.



Слика 3.



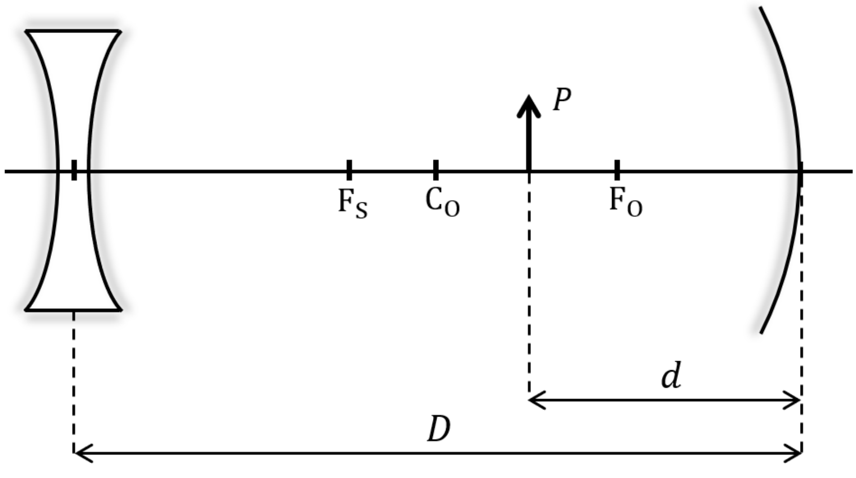
Слика 4.б.1



Слика 4.б.2

4. Прав проводник дужине $l = 0{,}5\ \mathrm{m}$ и масе $m = 8{,}97\ \mathrm{g}$ је помоћу двије танке и неистегљиве проводне нити везан за идеалну батерију електромоторне силе $\varepsilon = 1{,}5\ \mathrm{V}$ и окачен о непроводни сталак тако да може лако да се помјера. Отпорност проводника је $R = 100\ \mathrm{m\Omega}$.
(а) Одредити специфичну отпорност материјала ρ_R од ког је направљен проводник ако је густина овог материјала $\rho_m = 7800\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$.
(б) Одредити силу затезања у проводним нитима ако се проводник постави између полова сталног магнета на начин приказан на слици: (б.1) 4.б.1 и (б.2) 4.б.2. Магнетно поље сталног магнета је описано магнетном индукцијом интензитета $B = 14\ \mathrm{mT}$.

5. Између танког расипног (дивергентног, конкавног) сочива и издубљеног (конкавног) сферног огледала се налази предмет на удаљености $d = 15\ \mathrm{cm}$ од тјемена огледала. Жижна даљина сочива је $f_S = 15\ \mathrm{cm}$, а полупречник закривљености површине сферног огледала $R = 20\ \mathrm{cm}$. Растојање између центра сочива и тјемена огледала је $D = 40\ \mathrm{cm}$. Посматрајући свјетлосне зраке који са предмета иду прво према огледалу, а затим се одбијају према сочиву:
(а) конструисати крајњи лик предмета P
(б) израчунати растојање x између предмета P и његовог крајњег лика.
(в) одредити укупно увећање u крајњег лика предмета који се формира у оваквом оптичком систему.



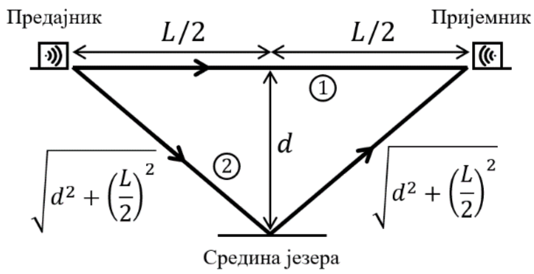
Слика 5.

Напомена: у рјешавању задатака користити: $g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$ и $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$

Задатке припремио: *Борис Баришић*
Рецензент: *Милко Бабић*

1. (а) $v_1 = 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, v_2 = 1460\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \Delta t = 1{,}845\ \mathrm{s}, L = 820\ \mathrm{m}, d = ?$

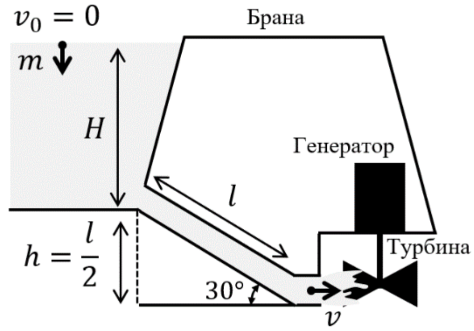
Први талас прелази пут $s_1 = L$ (1) за вријеме $t_1 = \frac{s_1}{v_1}$ (2), а други талас прелази пут $s_2 = 2\sqrt{d^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}$ (3) за вријеме $t_2 = \frac{s_2}{v_2}$ (4). Како други талас стиже прије првог мора да важи: $\Delta t = t_1 - t_2$ (5). Замјеном (2) и (4) у (5) и на основу (1) и (3) добијамо да је дубина језера једнака: $d = \frac{1}{2}\sqrt{\left(L\frac{v_2}{v_1} - \Delta t v_2\right)^2 - L^2}$ односно замјеном бројних вриједности: $d = 55{,}5\ \mathrm{m}$.



Слика 1.а

(б) $H = 40\ \mathrm{m}, l = 100\ \mathrm{m}, v = ?$

Посматрајмо неку количину воде масе m која се са површине језера спушта до турбине. У почетном положају она посједује само потенцијалну енергију па је њена механичка енергија једнака: $E_1 = mg(H + h)$ (6), гдје је $h = \frac{l}{2}$ (7). При удару у лопатице турбине вода посједује само кинетичку енергију па је њена механичка енергија: $E_2 = \frac{1}{2}mv^2$ (8). На осону ЗОЕ мора да важи: $E_1 = E_2$, што уз (6), (7) и (8) даје: $v = \sqrt{g(2H + l)}$, односно: $v = 42\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



Слика 1.б

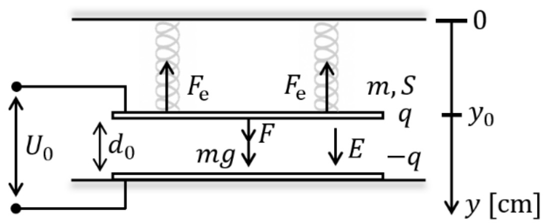
(в) $R = 20\ \Omega, \varepsilon = 27\ \mathrm{kV}, m_1 = 0{,}25, \eta_1 = 0{,}96, m_2 = 300, U = ?, I = ?$

(в.1) *Step up* трансформатор на примарном калему има напон: $U_\mathrm{p}^{(\mathrm{up})} = \varepsilon$ и за њега важи: $\frac{U_\mathrm{p}^{(\mathrm{up})}}{U_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})}} = m_1$, одакле је напон на секундару *step up* трансформатора: $U_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})} = \frac{\varepsilon}{m_1}$. Напон $U_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})}$ је истовремено напон на примарном калему *step down* трансформатора: $U_\mathrm{p}^{(\mathrm{down})} = U_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})}$ и за њега важи: $\frac{U_\mathrm{p}^{(\mathrm{down})}}{U_\mathrm{s}^{(\mathrm{down})}} = m_2$, одакле је напон на секундару *step down* трансформатора: $U_\mathrm{s}^{(\mathrm{down})} = \frac{\varepsilon}{m_1 m_2}$. Напон $U_\mathrm{s}^{(\mathrm{down})}$ је истовремено тражени напон U на потрошачу R, па важи: $U = U_\mathrm{s}^{(\mathrm{down})}$, односно $U = 360\ \mathrm{V}$.

(в.2) Електрична снага која се са примара *step up* трансформатора: $P_\mathrm{p}^{(\mathrm{up})} = \varepsilon I$ (9) пренесе на његов секундар је: $P_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})} = \eta_1 P_\mathrm{p}^{(\mathrm{up})}$ (10). Електрична снага $P_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})}$ се преко *step down* трансформатора без губитака пренесе на потрошач па мора да важи: $P_\mathrm{s}^{(\mathrm{up})} = \frac{U^2}{R}$ (11). Замјеном (10) у (11) и на основу (9) добијамо $I = \frac{U^2}{\eta_1 \varepsilon R}$, односно: $I = 0{,}25\ \mathrm{A}$.

2. $S = 500\ \mathrm{cm}^2, m = 510\ \mathrm{g}, k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}, d_0 = 5\ \mathrm{mm}, U_0 = 15\ \mathrm{kV}, l_0 = 4\ \mathrm{cm}, y_\mathrm{m} = 3\ \mathrm{mm}, \nu = 4{,}5\ \mathrm{Hz}$
$y_0, U_\mathrm{min}, U_\mathrm{max}, v_\mathrm{sr} = ?$

(а) Јачина електричног поља између плоча кондензатора је: $E = \frac{U_0}{d_0}$ (1). Да би горња плоча била у равнотежи мора да важи: $mg + F = 2F_\mathrm{e}$ (2), гдје је $F_\mathrm{e} = k\Delta y$ (3). Замјеном (3) у (2) и на основу (1) и израза за силу којом се плоче кондензатора привлаче добијамо: $mg + \frac{1}{2}\varepsilon_0 S\left(\frac{U_0}{d_0}\right)^2 = 2k\Delta y$, одакле је $\Delta y = \frac{1}{4k}\left[2mg + \varepsilon_0 S\left(\frac{U_0}{d_0}\right)^2\right]$, односно: $\Delta y = 3{,}5\ \mathrm{cm}$. Тражена координата је: $y_0 = l_0 + \Delta y$ тј. $y_0 = 7{,}5\ \mathrm{cm}$.



Слика 2.

(б) Када горња плоча почне да осцилује долази до промјене капацитивности кондензатора: $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$ (4), због промјене растојања између плоча d. Како је кондензатор одвојен од извора, количина наелектрисања на његовим плочама у сваком тренутку времена мора да буде једнака $q = U_0 C_0$ (5), гдје је $C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d_0}$ (6). Напон између плоча кондензатора у било ком тренутку је: $U = \frac{q_0}{C}$ (7). Замјеном (4) и (5) у (7) и на основу (6) добијамо: $U = \frac{d}{d_0} U_0$. Минимални напон се јавља када је $d = d_0 - y_\mathrm{m}$ и износи $U_\mathrm{min} = \frac{d_0 - y_\mathrm{m}}{d_0} U_0$, односно $U_\mathrm{min} = 6\ \mathrm{kV}$. Максимални напон се јавља када је $d = d_0 + y_\mathrm{m}$ и износи $U_\mathrm{max} = \frac{d_0 + y_\mathrm{m}}{d_0} U_0$, односно $U_\mathrm{max} = 24\ \mathrm{kV}$.

(в) Средња брзина плоче током једне периоде је $v_\mathrm{sr} = \frac{s}{T}$ (8) гдје је $s = 4y_\mathrm{m}$ (9) пут који плоча пређе за то вријеме, а $T = \frac{1}{\nu}$ (10) периода осциловања плоче. Замјеном (9) и (10) у (8) добијамо: $v_\mathrm{sr} = 4y_\mathrm{m}\nu$, односно: $v_\mathrm{sr} = 54\ \frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}$.

3. $U_{\varepsilon 1} = 36\ \mathrm{V}, U_{\varepsilon 2} = 18\ \mathrm{V}, I_{\varepsilon 1} = 10\ \mathrm{mA}, I_{\varepsilon 2} = 5\ \mathrm{mA}, P_2 = 96\ \mathrm{mW}, P_4 = 54\ \mathrm{mW}, U_3 = 12\ \mathrm{V}, r_1 = 50\ \Omega,$
$r_2 = 100\ \Omega, \varepsilon_1, \varepsilon_2, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 = ?$

(а) Напон на извору је: $U = \varepsilon - rI$, па су тражене електромоторне силе извора: $\varepsilon_1 = U_{\varepsilon 1} + r_1 I_{\varepsilon 1}$ и $\varepsilon_2 = U_{\varepsilon 2} + r_2 I_{\varepsilon 2}$, однонсо $\varepsilon_1 = 36{,}5\ \mathrm{V}$ и $\varepsilon_2 = 18{,}5\ \mathrm{V}$.

(б) Напон на отпорнику R_4 је $U_{\varepsilon 2}$, па је: $R_4 = \frac{U_{\varepsilon 2}^2}{P_4}$, односно: $R_4 = 6\ \mathrm{k\Omega}$. Струја I_4 је: $I_4 = \frac{U_{\varepsilon 2}}{R_4}$, односно: $I_4 = 3\ \mathrm{mA}$.
Из првог Кирхофовог закона за чвор E: $I_4 + I_6 = I_{\varepsilon 2}$ и чвор D: $I_3 = I_6 + I_{\varepsilon 1}$, добијамо струју $I_3 = I_{\varepsilon 1} + I_{\varepsilon 2} - I_4$, односно: $I_3 = 12\ \mathrm{mA}$. Отпорност R_3 је једнака: $R_3 = \frac{U_3}{I_3}$, односно: $R_3 = 1\ \mathrm{k\Omega}$.
Други Кирхофов закон за контуру ABDA гласи: $U_{\varepsilon 1} = U_2 + U_3$, одакле је: $U_2 = 24\ \mathrm{V}$. Онда је $R_2 = \frac{U_2^2}{P_2}$, односно: $R_2 = 6\ \mathrm{k\Omega}$. Струја I_2 је: $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$, односно: $I_2 = 4\ \mathrm{mA}$.
Из првог Кирхофовог закона за чвор B: $I_{\varepsilon 1} = I_1 + I_2$, добијамо $I_1 = 6\ \mathrm{mA}$. Други Кирхофов закон за контуру BCEDB гласи: $U_{\varepsilon 1} = U_1 + U_{\varepsilon 2}$, одакле је: $U_1 = 18\ \mathrm{V}$. Онда је $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$, односно: $R_1 = 3\ \mathrm{k\Omega}$.
Из првог Кирхофовог закона за чвор C: $I_{\varepsilon 2} + I_1 = I_4 + I_5$, добијамо $I_5 = 8\ \mathrm{mA}$. Други Кирхофов закон за контуру ABCA гласи: $U_2 = U_1 + U_5$, одакле је: $U_5 = 6\ \mathrm{V}$. Онда је $R_5 = \frac{U_5}{I_5}$, односно: $R_5 = 0{,}75\ \mathrm{k\Omega}$.

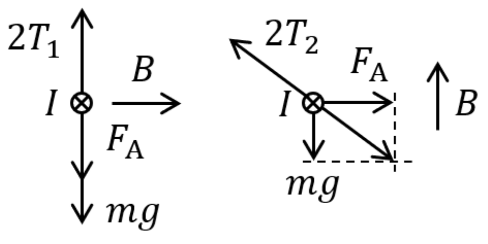
4. $l = 0{,}5\ \mathrm{m}, m = 8{,}97\ \mathrm{g}, \varepsilon = 1{,}5\ \mathrm{V}, R = 100\ \mathrm{m\Omega}, \rho_m = 7800\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}, B = 14\ \mathrm{mT}, \rho_R, T_1, T_2 = ?$

(а) Отпорност проводника је: $R = \rho_R \frac{l}{S}$ (1) , његова маса је $m = \rho_m V$ (2), гдје је $V = Sl$ (3) његова запремина. Замјеном (3) у (2), а затим изражавањем површине пп. S и њеном замјеном у (1) добијамо да је специфична отпорност проводника: $\rho_R = \frac{Rm}{\rho_m l^2}$, односно: $\rho_R = 4{,}6 \cdot 10^{-7}\ \Omega\mathrm{m}$.

(б) Кроз проводник протиче струја јачине: $I = \frac{\varepsilon}{R}$ (4), а када се он нађе у магнетном пољу на њега дјелује Амперова сила интензитета: $F_\mathrm{A} = BIl$ (5). Замјеном (4) у (5) добијамо: $F_\mathrm{A} = \frac{B\varepsilon l}{R}$, односно: $F_\mathrm{A} = 105\ \mathrm{mN}$.

(б.1) Примјеном правила лијеве руке закључујемо да Амперова сила дјелује вертикално наниже, па је услов равнотеже проводника: $mg + F_\mathrm{A} = 2T_1$, одакле је сила затезања проводне нити: $T_1 = \frac{mg + F_\mathrm{A}}{2}$, односно $T_1 = 96{,}5\ \mathrm{mN}$.

(б.2) Примјеном правила лијеве руке закључујемо да Амперова сила дјелује надесно, па је услов равнотеже проводника: $\sqrt{(mg)^2 + F_\mathrm{A}^2} = 2T_2$, одакле је сила затезања нити: $T_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(mg)^2 + F_\mathrm{A}^2}$, односно $T_2 = 68{,}5\ \mathrm{mN}$.



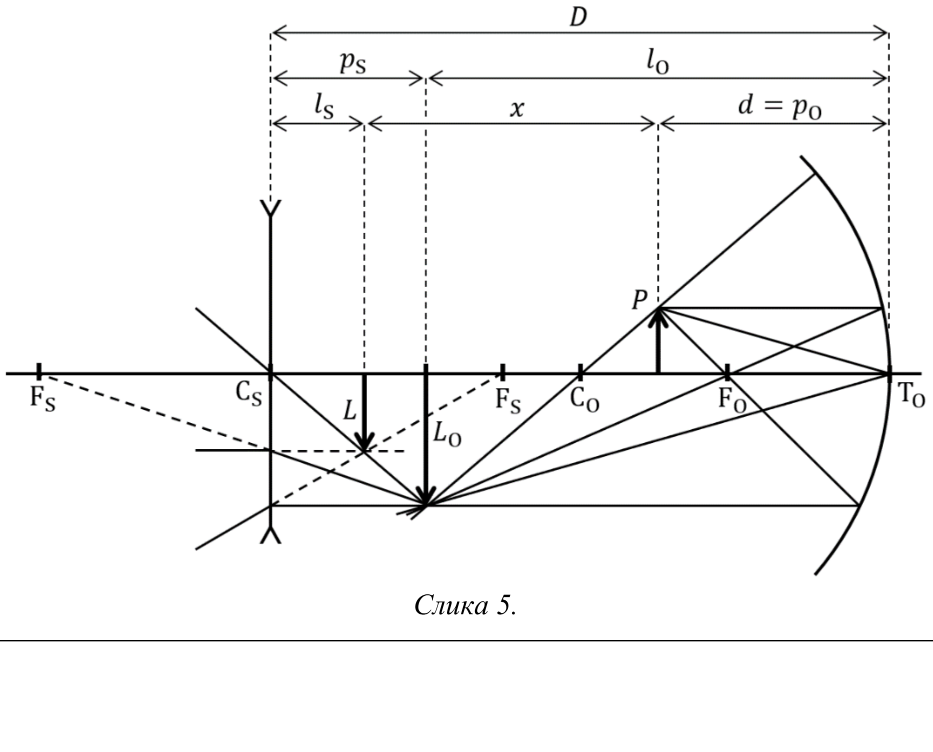
Слика 4.б.1 *Слика 4.б.2*

5. $d = 15\ \mathrm{cm}, f_\mathrm{S} = 15\ \mathrm{cm}, R = 20\ \mathrm{cm}, D = 40\ \mathrm{cm}, x, u = ?$

(а) Конструкција лика предмета је приказана на слици 5. Приказ одбијања **два** карактеристична зрака за издубљено огледало, лик предмета добијен у огледалу**,** приказ **два** карактеристична зрака за расипно сочиво и коначни лик предмета.

(б) Удаљеност предмета од огледала је: $p_\mathrm{O} = d$ (1). Жижна даљина огледала је $f_\mathrm{O} = \frac{R}{2}$ (2), а једначина издубљеног огледала: $\frac{1}{p_\mathrm{O}} + \frac{1}{l_\mathrm{O}} = \frac{1}{f_\mathrm{O}}$ (3). Замјеном (1) и (2) у (3) добијамо да је $l_\mathrm{O} = \frac{dR}{2d - R}$, односно: $l_\mathrm{O} = 30\ \mathrm{cm}$. Лик у огледалу представља предмет за расипно сочиво, па је удаљеност предмета од сочива: $p_\mathrm{S} = D - l_\mathrm{O}$ тј. $p_\mathrm{S} = 10\ \mathrm{cm}$. Једначина расипног сочива је: $\frac{1}{p_\mathrm{S}} - \frac{1}{l_\mathrm{S}} = -\frac{1}{f_\mathrm{S}}$, одакле је удаљеност лика од сочива: $l_\mathrm{S} = \frac{p_\mathrm{S} f_\mathrm{S}}{p_\mathrm{S} + f_\mathrm{S}}$, односно: $l_\mathrm{S} = 6\ \mathrm{cm}$. На основу слике видимо да је тражено растојање $x = D - d - l_\mathrm{S}$ тј. $x = 19\ \mathrm{cm}$.

(в) Увећање издубљеног огледала је: $u_\mathrm{O} = \frac{l_\mathrm{O}}{p_\mathrm{O}}$, односно: $u_\mathrm{O} = 2$. Увећање расипног сочива је: $u_\mathrm{S} = \frac{l_\mathrm{S}}{p_\mathrm{S}}$, односно: $u_\mathrm{S} = 0{,}6$. Величина лика предмета у огледалу је $L_\mathrm{O} = u_\mathrm{O} P$ (4), а величина лика који се добија након преламања зрака кроз сочиво: $L = u_\mathrm{S} L_\mathrm{O}$ (5). Укупно увећање оптичког система је: $u = \frac{L}{P}$ **(0.5п)**, што уз (4) и (5) даје $u = u_\mathrm{O} u_\mathrm{S}$, одосно $u = 1{,}2$.



Слика 5.