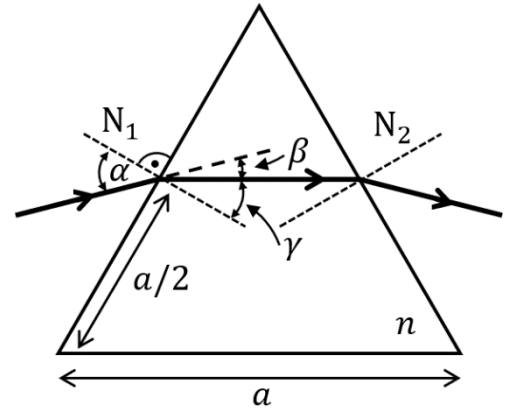


IX РАЗРЕД

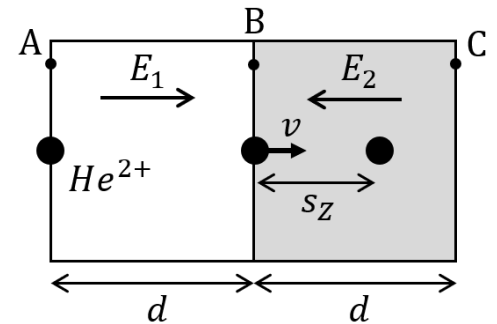
1. Ученик је од конопца укупне дужине $L = 1 \text{ m}$ направо два математичка клатна. Приметио је да за исто вријеме једно клатно направи $n = 30$ пуних осцилација, а да друго клатно $\Delta n = 10$ пуних осцилација више од првог. Одредити дужину једног и другог клатна.

2. На слици 1. је приказана тространа призма чија је основа једнакостранични троугао стране $a = 6 \text{ cm}$. На половини једне њене бочне стране на призму пада зрак свјетлости под углом $\alpha = 45^\circ$ у односу на нормалу N_1 . Након првог преламања преломљени зрак је паралелан основи призме. Одредити (а) угао скретања преломљеног зрака у односу на првобитни правац кретања β , (б) угао γ који преломљени зрак заклапа са нормалом N_1 , (в) индекс преламања материјала од кога је направљена призма n ако преломљени зрак од једне до друге стране призме стиже за $t = 141 \text{ ps}$. Брзина свјетлости у вакууму (ваздуху): $c_0 = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$



Слика 1.

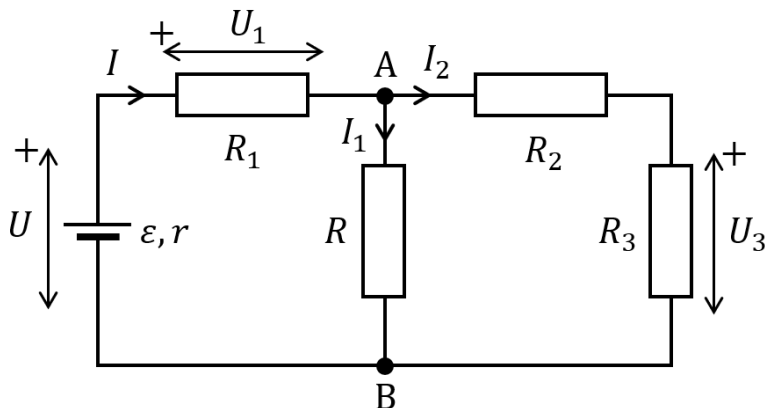
3. Јон хелијума He^{2+} има масу $m = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ и наелектрисан је количином наелектрисиња $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Овај јон се унесе у електрично поље које се састоји од два хомогена дијела, сваки ширине $d = 10 \text{ cm}$ (слика 2). У првом дијелу у хоризонталном правцу дјелује електрично поље јачине $E_1 = 260 \frac{\text{N}}{\text{C}}$, а у другом дијелу јачине $E_2 = 520 \frac{\text{N}}{\text{C}}$, истог правца али супротног смјера у односу на поље E_1 . Израчунати (а) електрични напон U_{AB} између тачака А и В, и (б) напон U_{BC} између тачака В и С, (в) максималну брзину јона v и (г) његов зауставни пут s_Z . Тачке А, В и С се налазе на једној хоризонталној правој, а јон хелијума нема почетну брзину. Занемарити утицај силе Земљине теже.



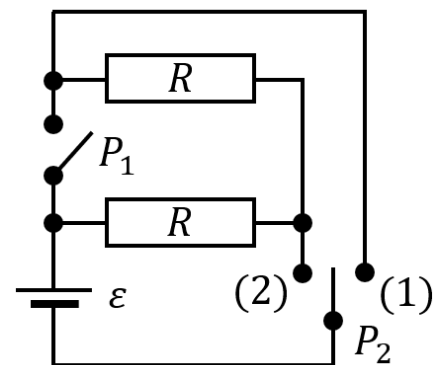
Слика 2.

4. На слици 3. је приказано електрично коло једносмјерне струје које се напаја из напонског извора електромоторне силе $\varepsilon = 15 \text{ V}$ и унутрашње отпорности $r = 50 \Omega$. Познато је: $R = 200 \Omega$, $U = 13,5 \text{ V}$, $U_1 = 9 \text{ V}$ и $U_3 = 3 \text{ V}$. Одредити: (а) јачину електричне струје кроз извор I , (б) напон U_{AB} између чворова А и В, (в) електричне отпорности R_1 , R_2 и R_3 .

5. Два отпорника једнаке отпорности $R = 10 \Omega$ и идеални напонски извор електромоторне силе $\varepsilon = 20 \text{ V}$ везани су у коло приказано на слици 4. У првом случају је прекидач P_1 отворен, а преклопник P_2 је у положају (1). У другом случају је прекидач P_1 затворен, а преклопник P_2 је у положају (2). Израчунати разлику укупне ослобођене количине топлоте на отпорницима у првом и другом случају за вријеме од $t = 20 \text{ min}$.



Слика 3.



Слика 4.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IX РАЗРЕД

1. $L = 1 \text{ m}, n = 30, \Delta n = 10, l_1 = ?, l_2 = ?$

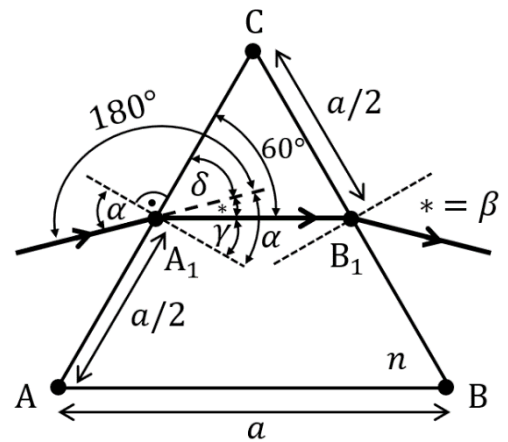
Прво клатно осцилује са периодом: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ (1) и направи: $n_1 = n$ (2) осцилација за вријеме $t = n_1 T_1$ (3). Друго клатно осцилује са периодом $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ (4) и направи $n_2 = n + \Delta n$ (5) осцилација за вријеме $t = n_2 T_2$ (6). Изједначавањем (3) и (6) добијамо: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (7). Након замјене (1) и (4) у (7) имамо: $\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$, односно уз (2) и (5): $\frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n + \Delta n}{n}\right)^2$ тј. $\frac{l_1}{l_2} = \frac{16}{9}$ (8). Како су оба клатна направљена од једног конопца, мора да важи $l_1 + l_2 = L$ (9). Рјешавањем система једначина (8) и (9) добијамо: $l_1 = 64 \text{ cm}$ и $l_2 = 36 \text{ cm}$.

2. $a = 6 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ, t = 141 \text{ ps}, c_0 = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}, \beta = ?, \gamma = ?, n = ?$

(а) Уведимо угао δ као на слици 1. Тада важи: $\alpha + 90^\circ + \delta = 180^\circ$, одакле добијамо да је $\delta = 45^\circ$. Како је троугао ΔABC једнакостраничан, онда је и троугао $\Delta A_1 B_1 C$ такође једнакостраничан, а угао $\angle CA_1 B_1$ једнак 60° . Тада важи: $\beta + \delta = 60^\circ$ одакле је $\beta = 15^\circ$.

(б) Како су углови које упадни зрак свјетлости и његов замишљени продужетак заклапају са нормалом N_1 унакрсни, мора да важи: $\beta + \gamma = \alpha$, одакле је $\gamma = 30^\circ$.

(в) Брзина свјетлости кроз призму је $c = \frac{c_0}{n}$. Свјетлост за вријеме t прелази пут $s = \frac{a}{2}$ ($\Delta A_1 B_1 C$ је једнакостраничан), при чему важи $s = ct$. На основу претходног добијамо: $n = \frac{2c_0 t}{a}$ односно: $n = 1,41$.



Слика 1.

3. $m = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}, d = 10 \text{ cm}, E_1 = 260 \frac{\text{N}}{\text{C}}, E_2 = 520 \frac{\text{N}}{\text{C}}, U_{AB}, U_{BC}, v, s_Z = ?$

(а) Напон између тачака А и В је $U_{AB} = E_1 d$ (1), односно $U_{AB} = 26 \text{ V}$.

(б) Напон између тачака В и С је $U_{BC} = -E_2 d$, односно $U_{BC} = -52 \text{ V}$ (тачка С је на вишем потенцијалу).

Први начин:

(в) Рад који изврши електрично поље при убрзавању јона је $A_1 = qU_{AB}$ (2), а кинетичка енергија јона при његовој максималној брзини износи $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ (3). Важи: $A_1 = E_k$ (4), па уз (1), (2) и (3) добијамо

да је максимална брзина јона: $v = \sqrt{\frac{2qE_1 d}{m}}$, односно: $v = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(г) При успоравању на јон дјелује електрична сила $F_2 = qE_2$ (5), а рад који она изврши једнак је $A_2 = F_2 s_Z$ (6). Да би се јон зауставио мора да важи $A_2 = E_k$, односно уз (4): $A_1 = A_2$. Замјеном (2) и (6) у претходни израз и на основу (1) и (5) добијамо: $s_Z = \frac{E_1}{E_2} d$, односно: $s_Z = 5 \text{ cm}$.

Други начин:

(в) Електрична сила која дјелује на јон је: $F_1 = qE_1$ (7) и она му саопштава убрзање $a_1 = \frac{F_1}{m}$ (8). Брзина коју јон достиже на путу дужине d је $v = \sqrt{2a_1 d}$ (9). Замјеном (8) у (9) и на основу (7) добијамо да је максимална брзина јона: $v = \sqrt{\frac{2qE_1 d}{m}}$, односно: $v = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(г) При успоравању на јон дјелује електрична сила $F_2 = qE_2$ (10), и она му саопштава убрзање $a_2 = \frac{F_2}{m}$ (11). Зауствани пут јона чија је почетна брзина v једнак је: $s_Z = \frac{v^2}{2a_2}$ (12). Замјеном (11) у (12) и на основу (10) и резултата тачке (в) добијамо: $s_Z = \frac{E_1}{E_2} d$, односно: $s_Z = 5 \text{ cm}$.

Напомена: тачке (в) и (г) независно једну од друге бодовати према начину који ученику доноси већи број бодова. Није дозвољено комбиновати начине при бодовању једне тачке!

4. $\varepsilon = 15 \text{ V}, r = 50 \Omega, R = 200 \Omega, U = 13,5 \text{ V}, U_1 = 9 \text{ V}, U_3 = 3 \text{ V}, I = ?, U_{AB} = ?, R_1, R_2, R_3 = ?$
- (а) Напон на извору је: $U = \varepsilon - rI$, па је јачина струје у колу: $I = \frac{\varepsilon - U}{r}$, односно $I = 30 \text{ mA}$.
- (б) Напон између тачака А и В је: $U_{AB} = U - U_1$, односно $U_{AB} = 4,5 \text{ V}$.
- (в) Отпорност R_1 једнака је: $R_1 = \frac{U_1}{I}$, односно $R_1 = 300 \Omega$. Струју I_1 можемо израчунати из: $I_1 = \frac{U_{AB}}{R}$ и она је једнака: $I_1 = 22,5 \text{ mA}$. На основу првог Кирхофовог закона за чвор А имамо: $I_2 = I - I_1$, односно $I_2 = 7,5 \text{ mA}$. Отпорност R_3 једнака је: $R_3 = \frac{U_3}{I_2}$, односно $R_3 = 400 \Omega$. Напон на отпорнику R_2 је $U_2 = U - U_1 - U_3 = U_{AB} - U_3$, односно $U_2 = 1,5 \text{ V}$. Према томе отпорност R_2 једнака је: $R_2 = \frac{U_2}{I_2}$, односно $R_2 = 200 \Omega$.
5. $R = 10 \Omega, \varepsilon = 20 \text{ V}, t = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}, \Delta Q = ?$
- У првом случају су отпорници везани на ред, па је њихова еквивалентна отпорност $R_1 = 2R$ (1). Снага топлотних губитака на њима је: $P_1 = \frac{\varepsilon^2}{R_1}$ (2). Количина топлоте која се ослободи у првом случају је: $Q_1 = P_1 t$ (3). Замјеном (2) у (3) и на основу (1) добијамо: $Q_1 = \frac{\varepsilon^2}{2R} t$, односно једнака је: $Q_1 = 24 \text{ kJ}$.
- У другом случају су отпорници везани паралелно, па је њихова еквивалентна отпорност $R_2 = \frac{R}{2}$ (4). Снага топлотних губитака на њима је: $P_2 = \frac{\varepsilon^2}{R_2}$ (5). Количина топлоте која се ослободи у другом случају је: $Q_2 = P_2 t$ (6). Замјеном (5) у (6) и на основу (4) добијамо: $Q_2 = \frac{2\varepsilon^2}{R} t$, односно једнака је: $Q_2 = 96 \text{ kJ}$. Разлика у ослобођеној количини топлоте за вријеме t у ова два случаја је једнака: $\Delta Q = Q_2 - Q_1$, односно: $\Delta Q = 72 \text{ kJ}$.