30. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (5. април 2025)

VIII РАЗРЕД

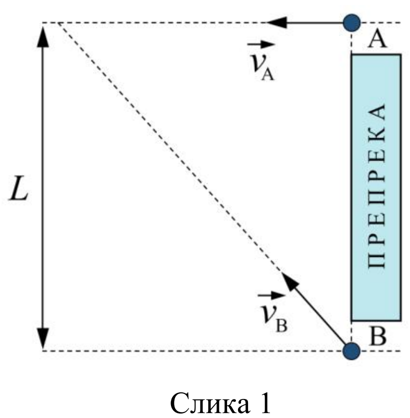
1. Двије материјалне тачке, А и В, истовремено крену од препреке брзинама $v_A = 3\ \mathrm{m/s}$ и $v_B = 5\ \mathrm{m/s}$ дуж приказаних праваца (слика 1). Почетно растојање између њих је $L = 100\ \mathrm{m}$. У одређеном тренутку, ове тачке се сусретну. Послије колико времена и на ком хоризонталном растојању од препреке је дошло до сусрета?

2. За дно веома широког суда, напуњеног водом, фиксиран је један крај идеалне опруге чији је коефицијент еластичности $k = 290\ \mathrm{N/m}$. На други крај опруге ослања се бетонски блок облика коцке, ивице $a = 10\ \mathrm{cm}$. Блок се помоћу лаке, неистегљиве и идеално савитљиве нити, тега и два лака котура одржава у таквом положају да је дужина његове вертикалне ивице изнад површине воде $h = 6\ \mathrm{cm}$ (слика 2), а опруга је ненапрегнута. Густина бетона је $\rho = 2400\ \mathrm{kg/m^3}$, а воде $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$. (а) Одредити масу тега. (б) За коју дужину ће се сабити опруга уколико се нит која повезује блок са тегом пресијече маказама?

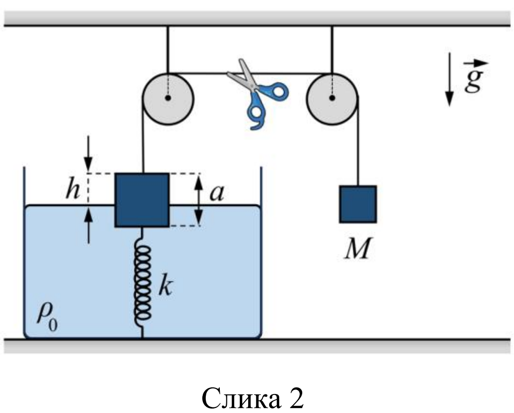
3. Са балкона, који се налази на висини $H = 2{,}45\ \mathrm{m}$ у односу на тло, бачена је гумена лоптица вертикално навише и почетном брзином v_0. Након сваког удара у подлогу, лоптица одскочи од ње без промјене правца кретања и изгуби $k = 1/2$ своје кинетичке енергије. Наћи почетну брзину лоптице v_0 ако је максимална висина коју она достиже, након другог одбијања од тло, једнака висини балкона. Занемарити отпор ваздуха.

4. На међусобној удаљености d, у једној афричкој савани, мирују гепард и антилопа. У неком тренутку, гепард примијети антилопу и крене да трчи према њој равномјерно убрзано, тако да након претрчаних $s_1^{(G)} = 25\ \mathrm{m}$ пута достиже максималну брзину $v_G = 72\ \mathrm{km/h}$, којом даље наставља да се креће. Истовремено, антилопа крене бјежати од њега константним убрзањем $a_A = 3\ \mathrm{m/s^2}$ током првих $t_1^{(A)} = 4\ \mathrm{s}$ од поласка, а након тога наставља да трчи достигнутом брзином. Гепард је сустигао антилопу након укупно пређених $s_G = 175\ \mathrm{m}$ пута. Одредити: (а) средњу брзину кретања гепарда и (б) почетну удаљеност d између гепарда и антилопе.

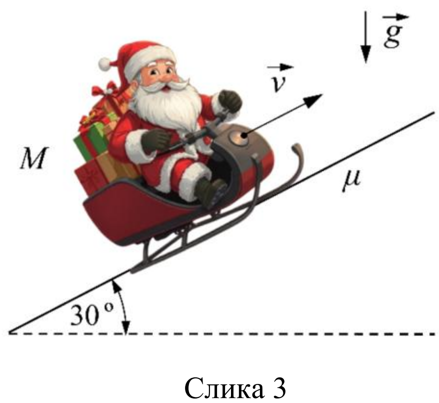
5. Након што је спаковао све новогодишње поклоне у пртљажник, у жељи да одмори своје ирвасе, Дјед Мраз се запутио електричним санкама уз сњежну падину нагибног угла $\alpha = 30^\circ$ (слика 3). Маса санки, заједном са свим пакетима и Дједом Мразом, износи $M = 530\ \mathrm{kg}$. (а) Одредити интензитет вучне силе, као и укупну снагу коју развија мотор електричних санки, ако се оне крећу уз падину константном брзином $v = 56\ \mathrm{km/h}$, а коефицијент корисног дејства електромотора је $\eta = 80\%$. Узети да је коефицијент трења клизања између санки и снијегом прекривеног тла $\mu = 0{,}05$. (б) Возећи се тако уз падину, у неком тренутку, из санки је испао један новогодишњи поклон пакет и на мјесту испадања се трајно зауставио. Од мјеста заустављања поклон пакета до заустављања санки, Дјед Мраз је прешао пут $d = 225\ \mathrm{m}$, а потом окренуо санке и одлучио да се, из стања мировања, спусти низ падину без укључивања мотора. Након колико времена од почетка спуштања је дошао до мјеста на коме се зауставио пакет? Занемарити дужину санки, као и масу и димензије пакета.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Напомена: У току рјешавања задатака, узети да је гравитационо убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$.

Задатке припремио: Страхиња Продановић, Електротехнички факултет, Београд

Рецензент: проф. др Владимир Арсоски, Катедра за МТФ, Електротехнички факултет, Београд

30. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (5. април 2025)

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

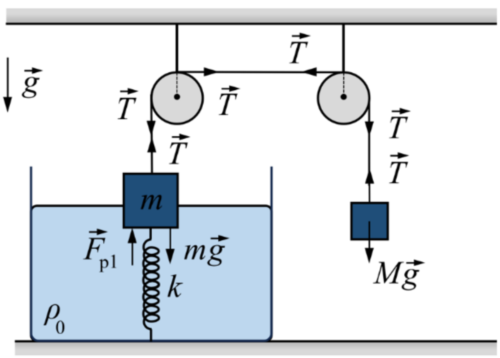
1. $v_{\mathrm{A}} = 3\ \mathrm{m/s}$, $v_{\mathrm{B}} = 5\ \mathrm{m/s}$, $L = 100\ \mathrm{m}$, $t = ?$, $d = ?$

До тренутка сусрета, тачка А прелази растојање $s_{\mathrm{A}} = v_{\mathrm{A}} t$, док тачка В прелази пут $s_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{B}} t$, при чему из Питагорине теореме имамо да је $s_{\mathrm{B}}^2 = s_{\mathrm{A}}^2 + L^2$. На основу претходних једначина, добијамо да је вријеме које протекне до сусрета тачака $t = \dfrac{L}{\sqrt{v_{\mathrm{B}}^2 - v_{\mathrm{A}}^2}}$ или $t = 25\ \mathrm{s}$, а тражено хоризонтално растојање $d = s_{\mathrm{A}} = 75\ \mathrm{m}$.

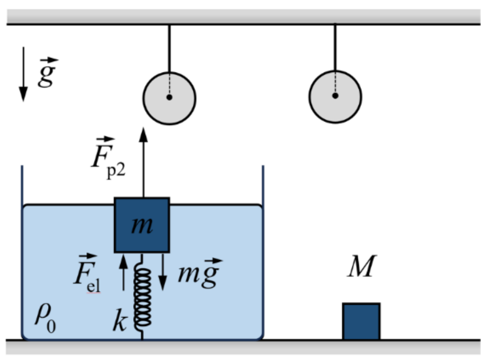
2. $a = 10\ \mathrm{cm}$, $k = 290\ \mathrm{N/m}$, $h = 6\ \mathrm{cm}$, $\rho = 2400\ \mathrm{kg/m^3}$, $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $M = ?$, $\Delta x = ?$

(а) Маса бетонске коцке је $m = \rho a^3$, док је интензитет силе потиска која на њу дјелује $F_{\mathrm{p1}} = \rho_0 a^2 (a - h) g$. Услов равнотеже сила може се записати као $mg = F_{\mathrm{p1}} + T$, гдје је $T = Mg$ (слика 1). На основу претходних једначина, добија се да је тражена маса тега $M = \rho a^3 - \rho_0 a^2 (a - h)$, односно $M = 2\ \mathrm{kg}$.

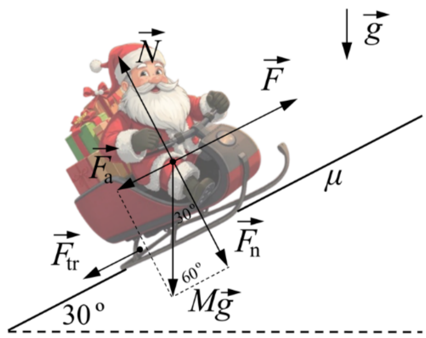
(б) Нека је Δx дужина за коју се сабије опруга након пресијецања нити. Коцка ће се, усљед тога, наћи још дубље у води, па је интензитет силе потиска сада $F_{\mathrm{p2}} = \rho_0 a^2 (a - h + \Delta x) g$. Еластична сила $F_{\mathrm{el}} = k \Delta x$ дјелује вертикално навише (слика 2) и тежи да врати опругу у недеформисано стање. Услов равнотеже сила записујемо као $mg = F_{\mathrm{p2}} + F_{\mathrm{el}}$, одакле се добија $\Delta x = \dfrac{\rho a^3 - \rho_0 a^2 (a - h)}{\rho_0 a^2 g + k} g$, односно $\Delta x \approx 5\ \mathrm{cm}$.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

3. $H = 2{,}45\ \mathrm{m}$, $k = 1/2$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $v_0 = ?$

У тренутку избацивања, укупна механичка енергија лоптице је $E_0 = mgH + \dfrac{mv_0^2}{2}$, гдје је m њена маса, док је енергија непосредно након првог одбијања од подлогу $E_1 = kE_0$, а непосредно након другог $E_2 = k^2 E_0$. Лоптица достиже висину H и зауставља се, па је према закону о одржању енергије $k^2 \left(mgH + \dfrac{mv_0^2}{2} \right) = mgH$.

Тражена почетна брзина гумене лоптице износи $v_0 = \sqrt{2gH \dfrac{1 - k^2}{k^2}} = \sqrt{6gH}$, односно $v_0 = 12\ \mathrm{m/s}$.

Може ли другачије...? Наравно да може! Кинетичка енергија лоптице се, према услову задатка, усљед сваког судара са подлогом смањи два пута, што значи да се брзина лоптице смањи $\sqrt{2}$ пута. Користећи се од раније познатим формулама које важе за вертикални хитац навише и слободан пад, у случају када је отпор ваздуха занемарљив, покажите да се добија исти резултат за тражену почетну брзину.

4. $s_1^{(\mathrm{G})} = 25\ \mathrm{m}$, $v_\mathrm{G} = 72\ \mathrm{km/h}$, $a_\mathrm{A} = 3\ \mathrm{m/s^2}$, $t_1^{(\mathrm{A})} = 4\ \mathrm{s}$, $s_\mathrm{G} = 175\ \mathrm{m}$, $v_\mathrm{sr}^{(\mathrm{G})} = ?$, $d = ?$

(а) Гепард се креће равномјерно убрзано, при чему је интензитет његовог убрзања $a_\mathrm{G} = \dfrac{v_\mathrm{G}^2}{2s_1^{(\mathrm{G})}} = 8\ \mathrm{m/s^2}$, што значи да након времена $t_1^{(\mathrm{G})} = \dfrac{v_\mathrm{G}}{a_\mathrm{G}}$, односно $t_1^{(\mathrm{G})} = 2{,}5\ \mathrm{s}$ он достиже максималну брзину $v_\mathrm{G} = 20\ \mathrm{m/s}$. Остатак пута дужине $s_2^{(\mathrm{G})} = s_\mathrm{G} - s_1^{(\mathrm{G})} = 150\ \mathrm{m}$, гепард претрчи за вријеме од $t_2^{(\mathrm{G})} = \dfrac{s_2^{(\mathrm{G})}}{v_\mathrm{G}}$, односно $t_2^{(\mathrm{G})} = 7{,}5\ \mathrm{s}$. Укупно вријеме кретања дато је као $t_\mathrm{G} = t_1^{(\mathrm{G})} + t_2^{(\mathrm{G})}$, одакле се добија $t_\mathrm{G} = 10\ \mathrm{s}$, па је тражена средња брзина кретања гепарда $v_\mathrm{sr}^{(\mathrm{G})} = \dfrac{s_\mathrm{G}}{t_\mathrm{G}}$, а након замјене бројних вриједности $v_\mathrm{sr}^{(\mathrm{G})} = 17{,}5\ \mathrm{m/s}$.

(б) У току првих $t_1^{(\mathrm{A})} = 4\ \mathrm{s}$ кретања, антилопа прелази пут $s_1^{(\mathrm{A})} = \dfrac{a_\mathrm{A}\left(t_1^{(\mathrm{A})}\right)^2}{2}$, односно $s_1^{(\mathrm{A})} = 24\ \mathrm{m}$. За преостало вријеме $t_2^{(\mathrm{A})} = t_\mathrm{G} - t_1^{(\mathrm{A})} = 6\ \mathrm{s}$, крећући се равномјерно и то брзином $v_\mathrm{A} = a_\mathrm{A} t_1^{(\mathrm{A})} = 12\ \mathrm{m/s}$, антилопа ће претрчати додатно растојање $s_2^{(\mathrm{A})} = v_\mathrm{A} t_2^{(\mathrm{A})}$ или $s_2^{(\mathrm{A})} = 72\ \mathrm{m}$. Дакле, њен укупан пређени пут сада износи $s_\mathrm{A} = s_1^{(\mathrm{A})} + s_2^{(\mathrm{A})} = 96\ \mathrm{m}$, док је тражено почетно растојање $d = s_\mathrm{G} - s_\mathrm{A}$, односно $d = 79\ \mathrm{m}$.

5. $\alpha = 30°$, $M = 530\ \mathrm{kg}$, $v = 56\ \mathrm{km/h}$, $\eta = 80\%$, $d = 225\ \mathrm{m}$, $\mu = 0{,}05$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, $P = ?$, $F = ?$, $t = ?$

(а) Једначина кретања санки узбрдо, заједно са пакетима и Дједом Мразом, је $Ma_1 = F - F_\mathrm{a} - \mu N$ (1), при чему је са F означен интезитет вучне силе мотора, док је $F_\mathrm{a} = \dfrac{1}{2}Mg$ (2), $F_\mathrm{n} = Mg\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (3) и $N = F_\mathrm{n}$ (4). Санке се крећу константном брзином уз падину, као што се види на слици 3, па је убрзање система $a_1 = 0$ (5). Замјеном (2), (3), (4) и (5) у једначину (1), за интензитет вучне силе мотора добијамо $F = \dfrac{Mg}{2}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)$ (6), а након увршттавања бројних вриједности $F = 2824{,}79\ \mathrm{N} \approx 2825\ \mathrm{N}$. Корисна снага коју развија мотор електричних санки дата је као $P_\mathrm{k} = Fv$ (7), док је тражена укупна снага $P = \dfrac{P_\mathrm{k}}{\eta}$ (8). На основу (6), (7) и (8), једноставно се добија $P = \dfrac{Mgv}{2\eta}\left(1 + \mu\sqrt{3}\right)$, односно $P = 54926{,}40\ \mathrm{W} \approx 55\ \mathrm{kW}$.

(б) Једначина кретања санки низ падину, када је мотор искључен, је $Ma_2 = F_\mathrm{a} - \mu N$ (9). Замјеном (2), (3) и (4) у једначину (9), добија се убрзање санки $a_2 = \dfrac{g}{2}\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)$ (10). Тражено вријеме до сустизања испалог пакета налазимо из услова да је $d = \dfrac{a_2 t^2}{2}$ (11). Замјеном (10) у једначину (11), једноставно слиједи $t = \sqrt{\dfrac{4d}{g\left(1 - \mu\sqrt{3}\right)}}$, одакле је коначно $t = 10{,}02\ \mathrm{s} \approx 10\ \mathrm{s}$.

Може ли другачије...? Наравно да може! Укупан рад који врши мотор, посредством своје вучне силе, једним дијелом троши се на повећање потенцијалне енергије система, а другим дијелом на савладавање силе трења клизања, будући да је кинетичка енергија система константна $\left(\Delta E_\mathrm{k} = 0\right)$.

Примјеном закона о одржању енергије и на основу свега наведеног, поново ријешите први дио овог задатка!