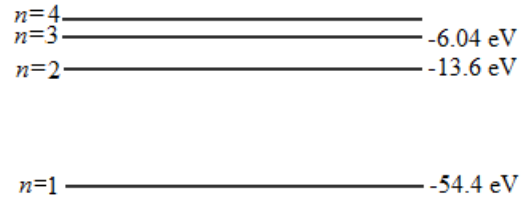


**31. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА  
СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (22. март 2025)**

**IV РАЗРЕД**

1. На слици 1 су приказана четири најнижа енергетска стања атома. При прелазу електрона из стања  $n = 4$  у стање  $n = 2$  емитује се фотон таласне дужине 121,9 nm. Израчунати:



(а) Енергију стања  $n = 4$ .

(б) Импулс емитованог фотона.

слика 1

(в) Број таквих фотона које би монохроматски извор снаге 2,502 mW емитовао за 5 минута.

(г) Минималну фреквенцију фотона који јонизује атом из основног стања.

Емитовани фотон таласне дужине 121,9 nm потом пада на метал и ослобађа електрон де Брољеве таласне дужине 0,5 nm. Израчунати:

(д) Кинетичку енергију ослобођеног електрона.

(ђ) Излазни рад метала, ако је кинетичка енергија у (д) максимална кинетичка енергија електрона. Вриједности константи су:  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$   $\frac{m}{s}$  и  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

2. У овом задатку посматрају се два идентична клатна једнаких дужина, код којих је за лаку и неистегљиву нит закачена куглица занемарљивих димензија. Прво клатно је математичко (куглица овог клатна осцилује у вертикалној равни), док је друго клатно конусно (куглица овог клатна кружи константном линијском брзином у хоризонталној равни). Оба клатна су отклоњена за угао  $\alpha$  у односу на вертикалу. За периоде ова два клатна вриједи однос  $\frac{T_K}{T_M} = \frac{50}{51}$ , гдје је  $T_K$  период конусног клатна, а  $T_M$  период математичког клатна.

(а) Израчунати угао  $\alpha$ . За период осциловања математичког клатна користити израз  $T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} (1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2})$ , гдје је угао  $\alpha$  у радијанима и  $|\alpha| \leq 1$ . За  $|x| \leq 1$  примјењивати апроксимативне релације  $\sin x \approx x$ ,  $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ ,  $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$ .

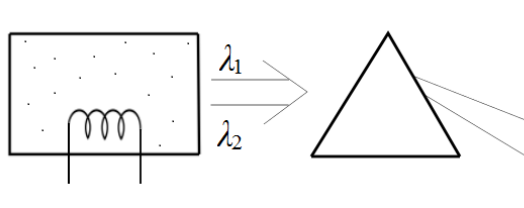
(б) Показати да за однос интензитета сила затезања нити вриједи  $\frac{F_M}{F_K} = \frac{3-2 \cos \alpha}{\sqrt{\text{tg}^2 \alpha + 1}}$ , гдје је  $F_K$  сила затезања нити код конусног клатна, а  $F_M$  сила затезања нити при проласку математичког клатна кроз равнотежни положај.

3. У вертикалној цилиндричној епрувети дужине  $l = 10$  cm налази се ваздух затворен стубићем живе дужине  $x_1 = 3$  cm, при чему жива досеже до врха епрувете. Одредити дужину стубића живе  $x_2$ , који остаје у епрувети када се епрувета окрене за  $180^\circ$ . Атмосферски притисак је  $p_0 = 100$  kPa, густина живе је  $\rho = 13\,600$   $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  и гравитационо убрзање је  $g = 10$   $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Температура је константна.

4. Релативистичка честица масе мировања  $m_0$  судара се са истом таквом честицом која је до судара била у мировању. Наћи израз за кинетичку енергију  $T_1$  упадне честице после судара, ако је  $T_0$  кинетичка енергије упадне честице прије судара, а  $\theta$  угао скретања упадне честице са првобитног правца. Брзина свјетлости је  $c$ .

5. (а) Из атома водоника се емитује фотон таласне дужине  $\lambda_1$  при преласку електрона из стања са главним квантним бројем 3 у стање са главним квантним бројем 2 и фотон таласне дужине  $\lambda_2$  при преласку електрона из стања са главним квантним бројем 4 у стање са главним квантним бројем 2. Израчунати вриједности таласних дужина  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

(б) Претпоставимо да сада свјетлост таласних дужина  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  пада на рефрактујућу средину (на примјер оптичку призму са *слике 2*) начињену од флинт стакла. За таласну дужину  $\lambda_1$  апсолутни индекс преламања ове средине је  $n_1 = 1,7076$ , а за таласну дужину  $\lambda_2$  апсолутни индекс преламања ове средине је  $n_2 = 1,7328$ .



*слика 2*

У пракси се за везу апсолутног индекса преламања  $n$  и таласне дужине  $\lambda$  користи Кошијева формула

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

гдје је  $A$  коефицијент преламања, а  $B$  коефицијент дисперзије. Израчунати вриједности коефицијента преламања  $A$  и коефицијента дисперзије  $B$  за флинт стакло.

Вриједност Ридбергове константе је  $R = 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$ .

Задатке припремио: мр Бојан Ковачевић, ПМФ Бања Лука  
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. (a)  $\lambda_f = 121,9 \text{ nm}$ ,

$$E_f = \frac{hc}{\lambda_f}, E_f = 10,19 \text{ eV},$$

$$E_4 - E_2 = E_f \Rightarrow E_4 = -3,41 \text{ eV}.$$

(б)  $p_f = \frac{h}{\lambda_f}, p_f = 0,054 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ( $p_f = 3,4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{eV} \cdot \text{s}}{\text{m}}$ ).

(в)  $P = 2,502 \text{ mW}, t = 300 \text{ s}$ ,

$$E = Pt,$$

$$N = \frac{E}{E_f} \Rightarrow N = 4,6 \cdot 10^{17}.$$

(г)  $h\nu = 54,4 \text{ eV} \Rightarrow \nu = 13,14 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ .

(д)  $\lambda_e = 0,5 \text{ nm}$ ,

$$p_e = \frac{h}{\lambda_e} \Rightarrow E_k = \frac{h^2}{2m_e\lambda_e^2}, E_k = 9,65 \cdot 10^{-19} \text{ J} (E_k = 6,03 \text{ eV}).$$

(ђ)  $A_i = E_f - E_k \Rightarrow A_i = 4,16 \text{ eV}$ .

2. (a) Кретање конусног клатна описују једначине

$$(1) \quad F_K \sin \alpha = \frac{mv_K^2}{r},$$

$$(2) \quad F_K \cos \alpha = mg.$$

Дијелењем претходно наведених једначина

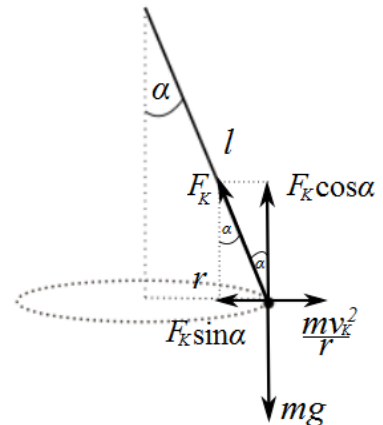
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{mv_K^2}{r}}{mg},$$

добија се израз за брзину  $v_K = \sqrt{gr \operatorname{tg} \alpha}$ .

Како је  $r = l \sin \alpha$ , слиједи да је  $v_K = \sqrt{gl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}$ .

За период конусног клатна  $T_K = \frac{2r\pi}{v_K}$  се добија  $T_K = \frac{2\pi l \sin \alpha}{\sqrt{gl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}}$ ,

$$T_K = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}.$$



Уколико се изврши апроксимирање израза за период конусног клатна  $T_K = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{\cos \alpha}}$  добија се  $T_K = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{2}}}$ , односно  $T_K = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 - \frac{\alpha^2}{4}\right)}$ .

Такође, апроксимирањем израза за период математичког клатна  $T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)}$  добија се

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)}.$$

На основу датог услова

$$51T_K = 50T_M,$$

слиједи да је

$$51\left(1 - \frac{\alpha^2}{4}\right) = 50\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right), \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{50}{16} + \frac{51}{4}}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{\frac{50}{16} + \frac{51}{4}}}, \alpha = 0,25 \text{ rad } (\alpha \approx 14^\circ).$$

(б) За математичко клатно у равнотежном положају вриједи

$$F_M = mg + \frac{mv_M^2}{l}.$$

Примјена закона очувања енергије на положаје А и В

даје  $mg l(1 - \cos \alpha) = \frac{mv_M^2}{2},$

$$v_M^2 = 2gl(1 - \cos \alpha).$$

Слиједи да је

$$F_M = mg + 2mg(1 - \cos \alpha)$$

$$F_M = mg(3 - 2 \cos \alpha).$$

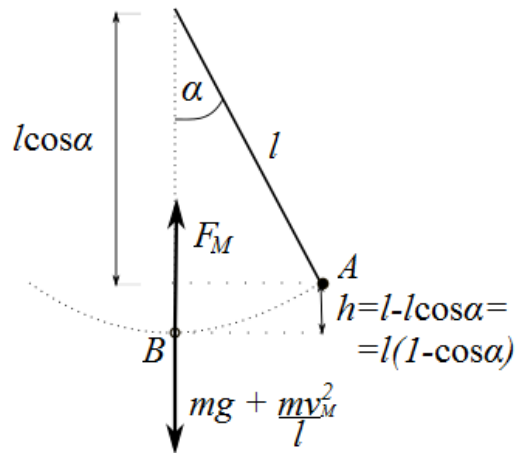
За случај конусног клатна сила затезања нити на основу (1) и (2) је

$$F_K = \sqrt{\left(\frac{mv_K^2}{r}\right)^2 + (mg)^2},$$

$$F_K = \sqrt{\left(\frac{mgl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{l \sin \alpha}\right)^2 + (mg)^2},$$

$$F_K = mg \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1},$$

те се добија  $\frac{F_M}{F_K} = \frac{3 - 2 \cos \alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}.$



3. Како је температура стална, вриједи Бојл-Мариотов закон  $p_1V_1 = p_2V_2$ .

Запремина и притисак ваздуха у првом случају су

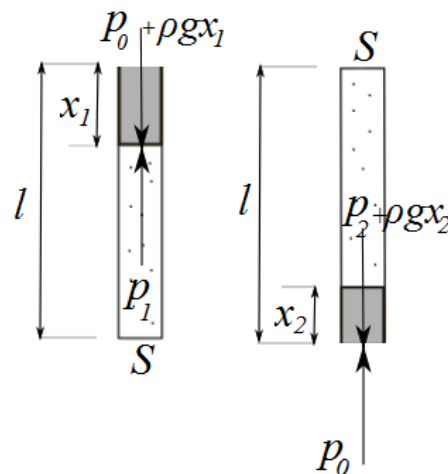
$$V_1 = S(l - x_1) ,$$

$$p_1 = p_0 + \rho g x_1 .$$

Запремина и притисак ваздуха након окретања епрувете за  $180^\circ$  су

$$V_2 = S(l - x_2),$$

$$p_2 = p_0 - \rho g x_2 .$$



Ако се у Бојл-Мариотовом закону  $V_1, p_1, V_2$  и  $p_2$  замијене претходним изразима, добија се једначина

$$(p_0 + \rho g x_1)(l - x_1) = (p_0 - \rho g x_2)(l - x_2),$$

која заправо представља квадратну једначину по траженој величини  $x_2$

$$\rho g x_2^2 - (p_0 + \rho g l)x_2 + p_0 l - (p_0 + \rho g x_1)(l - x_1) = 0 - \text{додијелити}$$

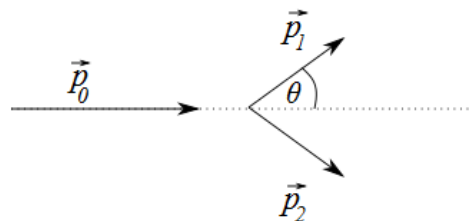
за ма коју правилну форму квадратне једначине по  $x_2$ ,

$$136\,000 \frac{\text{Pa}}{\text{m}} x_2^2 - 113\,600 \text{ Pa } x_2 + 2714,4 \text{ Pa} \cdot \text{m} = 0 .$$

Рјешавањем претходне квадратне једначине добијају се два рјешења  $x_2^{(1)} = 81 \text{ cm}$  и  $x_2^{(2)} = 2,5 \text{ cm}$ . Како је епрувета дуга  $10 \text{ cm}$ , смисао има само рјешење  $x_2 = 2,5 \text{ cm}$ .

4. Из закона очувања импулса слиједи

$$p_2^2 = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0p_1 \cos \theta .$$



Када се импулси изразе преко одговарајућих кинетичких енергија добија се

$$p_0 = \frac{1}{c} \sqrt{T_0^2 + 2m_0c^2T_0} , (*)$$

$$p_1 = \frac{1}{c} \sqrt{T_1^2 + 2m_0c^2T_1} , (**)$$

$$p_2 = \frac{1}{c} \sqrt{T_2^2 + 2m_0c^2T_2} .$$

Кинетичка енергија  $T_2$ , која се јавља у изразу за импулс  $p_2$ , се на основу закона очувања енергије може изразити преко задатком датих величина

$$T_0 + m_0c^2 + m_0c^2 = T_1 + m_0c^2 + T_2 + m_0c^2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_0 - T_1.$$

Из претходног слиједи да се израз за импулс  $p_2$  може записати као

$$p_2 = \frac{1}{c} \sqrt{(T_0 - T_1)^2 + 2m_0c^2(T_0 - T_1)}. \quad (***)$$

Замјеном израза (\*), (\*\*), (\*\*\*) у полазну једначину добија се

$$(T_0 - T_1)^2 + 2m_0c^2(T_0 - T_1) = T_0^2 + 2m_0c^2T_0 + T_1^2 + 2m_0c^2T_1 - 2\sqrt{T_0^2 + 2m_0c^2T_0}\sqrt{T_1^2 + 2m_0c^2T_1} \cos \theta.$$

Сређивањем претходног израза добија се

$$T_1 = \frac{T_0 \cos^2 \theta}{1 + \frac{T_0}{2m_0c^2} \sin^2 \theta}.$$

5. (a)  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right),$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{36}{5R}, \quad \lambda_1 = 656,3 \text{ nm}.$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{16}{3R}, \quad \lambda_2 = 486,2 \text{ nm}.$$

(б)  $n_1 = A + \frac{B}{\lambda_1^2}, \quad n_2 = A + \frac{B}{\lambda_2^2},$

$$n_2 - n_1 = B \left( \frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \Rightarrow B = \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2 (n_2 - n_1)}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}, \quad B \approx 1,32 \cdot 10^4 \text{ nm}^2$$

$$A = n_1 - \frac{B}{\lambda_1^2} \Rightarrow A = n_1 - \frac{\lambda_2^2 (n_2 - n_1)}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} (*) \text{ или}$$

$$A = n_2 - \frac{B}{\lambda_2^2} \Rightarrow A = n_2 - \frac{\lambda_1^2 (n_2 - n_1)}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} (**), \text{ додијелити за израз (*) или израз (**),}$$

$$A \approx 1,68.$$