28. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (19. март 2022)

II РАЗРЕД

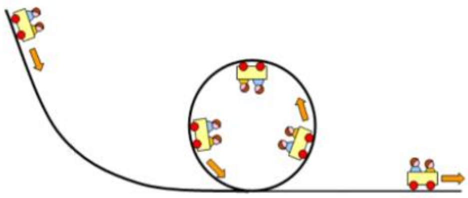
1. Идеални гас се налази у суду, који је подложан сљедећем процесу: Суд се полако шири, тако да је у сваком тренутку у равнотежи са средином. Затим се веома брзо прошири до нове запремине, и тај процес врши у супротном смјеру при новоутврђеној темепратури. Однос температура када је гас заузимао најмању и највећу запремину је θ. Одредите коефицијент корисног дејства овог циклуса, претпостављајући да се ради о топлотној машини. Уколико се суд прво брзо шири, не размјењујући топлоту са својом околином, па се затим јако споро шири, одредити коефицијент корисног дејства у том случају. Које су могуће вриједности θ? Да ли оба процеса могу бити топлотне машине истовремено?

2. Мртва петља је позната атракција у луна парковима. У овом задатку ћемо посматрати поједностављен модел. Нека колица са путницима креће са висине h без почетне брзине. Затим наилази на петљу полупречника R. Одредити минималну висину h_{min} са које треба да крену колица како би могла да опишу петљу. Сада претпоставите да колица имају неку брзину v, али крећу са висине која је мања од минималне. Одредити $h_{min}(v)$. Одредите v, за које $h_{min}(v)$, достиже минимум. Претпоставити да нема трења.

3. Идеални гас експонента адијабате γ пролази кроз процес $p = \alpha V$, $\alpha > 0$. Одредити колики рад гас изврши ширећи се од запремине V_0 до βV_0, $\beta > 1$ као и промјену унутрашње енергије. Упоредите случај истог процеса од 1 до 2, са једном изобаром и једном изохором. Који процес је ефикаснији? Температура у почетном стању је T_0.

4. На супротним странама широке вертикалне посуде, која је напуњена водом, отворена су два једнака отвора, при чему је површина сваког једнака $S = 1\,cm^2$. Висинска разлика између та два отвора је $\Delta h = 51\,cm$. Израчунајте бројну вриједност резултујуће силе реакције воде која истиче кроз те отворе.Густина воде је $1000\,\frac{kg}{m^3}$. $g = 9.81\,\frac{m}{s^2}$

5. У калориметру, чији се топлотни капацитет мијења по закону: $C = \alpha T$, налази се лед. За загријавање од $t_1 = -3^0 C$ до $t_2 = -1^0 C$ утроши се енергија $1{,}3 kJ$, а за загријавање од $-1^0 C$ до $t_3 = 1^0 C$ потроши се $34{,}8 kJ$. Одредите $\Delta C/\Delta \mathrm{T}$. Специфични топлотни капацитети воде и леда су: $4200\,\frac{J}{kgK}$ и $2100\,\frac{J}{kgK}$, респективно. Латентна топлота леда је $2{,}26\,\frac{MJ}{kg}$.



Слика уз задатак 2

Задатке припремио: Драган Марковић, ФФ Београд
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1. Први процес је изотермски . Дакле, $\mathrm{T} = \mathrm{T}_1 = const.$ Током брзе експанзије, температура се промијени, дакле ради се о адијабатском процесу. Даље је јасно из дефиниције нашег процеса да се одвијају: изотермско сабијање и адијабатска компресија . Сада знамо из дефиниције Карноовог циклуса да је $\eta = 1 - \frac{1}{\theta}$. Како је коефицијент корисног дејства између 0 и 1 то је $\mathrm{T}_1 > \mathrm{T}_2 > 0$, односно $1 < \theta$ **.**
За супротан правац је $\eta' = 1 - \theta$, јер смо само промијенили улоге температура. Како је ово мање од нуле, овај процес не може имати улогу топлотне машине **.**
Напомена: Уколико ученик довољно познаје интегрални рачун/формуле везане за изотермски и адијабатски процес, тражена крајња формула се такође може извести. Бодовати 100% учинком. Без адекватног образложења, коришћење чињенице Карноовог циклуса не бодовати.

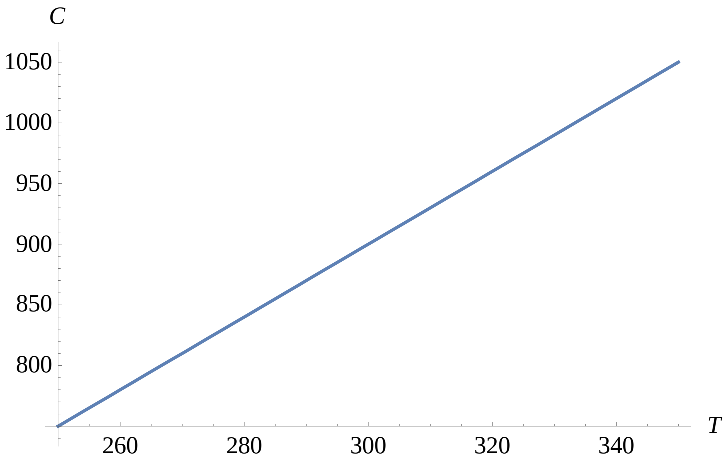
2. Како нема трења, то је јасно да можемо користити ЗОЕ: $mg2R + \frac{mv^2}{2} = mgh$. Други услов који нам је неопходан јесте баланс сила у највишој тачки: $\frac{mv^2}{R} + N = mg$**.** Како нам тражи минималну висину, можемо ставити да је $N = 0$. Сада комбиновањем једначина је:$mg(h - 2R) = \frac{mgR}{2}$ Односно:$h_{min} = \frac{5}{2}R$. **.** У другом дијелу слично поступамо и добија се: $mg2R + \frac{mv_1^2}{2} = mgh(v) + \frac{mv^2}{2}$, $\frac{mv_1^2}{R} + N = mg$ **,** $h_{min}(v) = \frac{5}{2}R - \frac{v^2}{2g}$ **.** Јасно је да је минимална вриједност нула за$v = \sqrt{5gR}$ како $h_{min}(v)$ не може бити мање од нуле.

3. Рад је најлакше израчунати графичким путем, како је на pV дијаграму притисак линеарна функција то је рад једнак површини трапеза: $A = \frac{\alpha}{2}((\beta V_0)^2 - V_0^2) = \frac{\alpha V_0^2}{2}(\beta^2 - 1)$**.** Једначина идеалног гаса: $pV = nRT$**.** Промјена унутрашње енергије је $\Delta U = \frac{i}{2}nR\Delta T = \frac{\alpha V_0^2}{\gamma - 1}(\beta^2 - 1)$. Можемо и израчунати коефицијент корисног дејства: $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{\alpha V_0^2}{2}(\beta^2-1)}{\frac{\alpha V_0^2}{2}(\beta^2-1) + \frac{\alpha V_0^2}{\gamma-1}(\beta^2-1)} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$**.** Други процес се састоји од изобарског и изохорског процеса. Рачунамо по формулама. $A' = \alpha V_0\big(V_0(\beta - 1)\big), \Delta U' = \frac{i}{2}nR(\Delta T' + \Delta T'') = \frac{1}{\gamma - 1}\big(\alpha V_0^2(\beta - 1) + \alpha\beta V_0^2(\beta - 1)\big)$**.** Коначно коефицијент корисног дејства је: $\eta' = \frac{A'}{\Delta U' + A'} = \frac{\alpha V_0^2(\beta-1)}{\alpha V_0^2(\beta-1) + \frac{\alpha V_0^2(\beta-1)(\beta+1)}{\gamma-1}} = \frac{\gamma-1}{\gamma+\beta}$ **.**
Очигледно је $\eta > \eta'$ како је $\beta > 1$, тј. први циклус је ефикаснији.

4. Нека вода истиче кроз отвор А брзином v_A , а кроз отвор В брзином v_B . Проток воде кроз А једнак је $Q_A = Sv_A$, а кроз В је $Q_B = Sv_B$. Сила реакције у А једнака је $F_A = \rho Q_A v_A = \rho S v_A^2$ па је резултујућа сила $F = F_B - F_A = \rho S(v_B^2 - v_A^2)$, јер је $F_A \uparrow\downarrow F_B$. Користећи се Бернулијевом једначином имамо, за истицање воде кроз отвор А, $p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_A^2$**,** а кроз отвор В : $p_0 + \rho g(h + \Delta h) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2$ **.** Из последње двије једначине добијамо да је $\rho(v_B^2 - v_A^2) = 2\rho g \Delta h$ **.** Одатле је бројна вриједност резултујуће силе реакције воде која истиче из оба отвора $F = 2\rho S g \Delta h = 1N$. Уколико такмичар добије негативну вриједност силе треба дати пуне бодове.

5. Генерална формула за топлоту калориметра је $\Delta Q = C\Delta T$. Међутим, видимо да његов топлотни капацитет зависи од температуре: $C = \alpha T, \alpha = \frac{\Delta C}{\Delta T}$, па морамо да видимо како

зависи топлота калориметра од температуре. Топлота једнака површини испод графика, односно: $\Delta Q = \frac{\alpha}{2}\left(T_2^2 - T_1^2\right)$. Сада је лако примијенити једначине:
$Q_1 = mc_L(T_2 - T_1) + \frac{\alpha}{2}\left(T_2^2 - T_1^2\right)$, $Q_2 = mc_L(T_0 - T_2) + m\lambda + mc_V(T_3 - T_0) + \frac{\alpha}{2}\left(T_3^2 - T_2^2\right)$, гдје је $T_0 = 273K$. $\lambda\left(Q_1 - \frac{\alpha}{2}\left(T_2^2 - T_1^2\right)\right) \approx c_L(T_2 - T_1)\left(Q_2 - \frac{\alpha}{2}\left(T_3^2 - T_2^2\right)\right)$, јер је $\lambda \gg c_V(T_3 - T_0) + c_L(T_0 - T_2)$, $\alpha \approx 2.3\frac{J}{K^2}$.



Зависност топлотног капацитета од температуре