

**31. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (22. март 2025)**

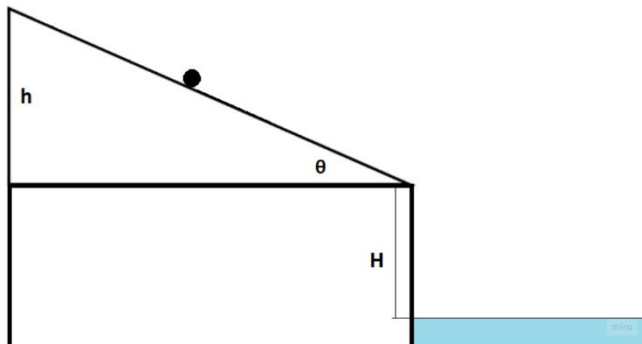
**I РАЗРЕД**

1. Каменчић масе  $m = 10 \text{ g}$  и полупречника  $r = 1 \text{ cm}$  клизи без котрљања, из мировања, са врха стрме равни висине  $h = 1 \text{ m}$  и нагибног угла  $\theta = 40^\circ$ . Коефицијент трења између каменчића и стрме равни износи  $\mu = 0,1$ . Каменчић излијеће са стрме равни и пада у воду. Површина воде се налази на растојању  $H = 2 \text{ m}$  од дна стрме равни (слика 1.).

а) Одредити брзину  $v_0$  којом каменчић излијеће са стрме равни.

б) Одредити угао  $\phi$  под којим каменчић удара у површину воде. Занемарити отпор ваздуха.

в) Каменчић се затим креће кроз воду при чему на њега дјелују: нагоре сила потиска, која је једнака тежини тијелом истиснуте воде, те сила отпора средине, која је дата са  $F_{отп} = k \cdot v$ . Овдје је  $k$  коефицијент који има вриједност  $k = 0,4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ , а  $v$  је брзина каменчића кроз воду. Сматрати да је дубина воде довољна за постизање максималне брзине при кретању каменчића кроз воду и да је путања каменчића кроз воду вертикална линија. Одредити ту максималну брзину  $v_{max}$ . За каменчић при кретању кроз воду сматрати да има облик сфере, чија је запремина дата са  $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ . Густина воде износи  $\rho_v = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .



Слика 1.



Слика 2.

2. Дијете масе  $50 \text{ kg}$  сједи на љуљашки и вуче уже, које је пребачено преко котура, а другим крајем везано за љуљашку на којој се дијете налази (слика 2.). Маса љуљашке је  $20 \text{ kg}$ . Сматрати да је уже лако и неистегљиво, те да је котур лак и да ротира без трења, те да уже не проклизава.

а) Љуљашка се креће према горе убрзањем  $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Одредити силу реакције која дјелује на дијете на љуљашки.

б) Коликом силом треба дијете вући уже да би се кретало константном брзином?

3. Игрчка хеликоптер масе  $0,5 \text{ kg}$  има дужину елиса  $0,3 \text{ m}$ . Елисе ротацијом гурају ваздух према доле и ваздух се креће константном брзином. Узети да је густина ваздуха  $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Сила потиска се занемарује.

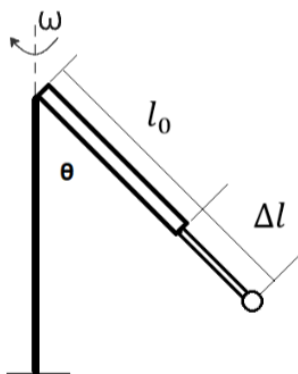
а) Хеликоптер лебди у мјесту на одређеној висини. Одредити брзину којом се креће ваздух који елисе гурају надоле.

б) Елисе сада почињу да гурају ваздух надоле брзином три пута већом него под а). При томе се хеликоптер подигне вертикално за  $20 \text{ m}$ . Одредити вријеме подизања хеликоптера за ову висину. Затим, одредити брзину коју хеликоптер има на овој висини. Сила отпора ваздуха се занемарује.

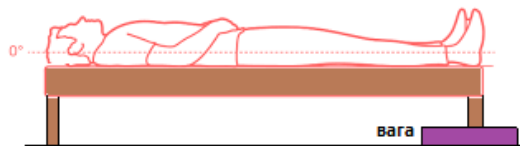
4. Динамометар се састоји од цилиндричног кућишта у које је смјештена опруга, која се при оптерећењу истеже према Хуковом закону:  $F = k \cdot \Delta l$ , гдје је  $F$  сила затезања у опрузи,  $k$  је константа опруге, а  $\Delta l$  је издужење опруге. Дужина кућишта динамометра (а самим тим и дужина неистегнуте опруге) је  $l_0 = 15 \text{ cm}$ . Динамометар је учвршћен непокретним крајем на вертикални стуб. На опругу динамометра је окачена куглица масе  $m = 5 \text{ g}$ . Систем ротира са константном угаоном брзином око осе која пролази кроз вертикални стуб. При томе се не мијења угао који динамометар заклапа са вертикалним стубом, и он износи  $\theta = 45^\circ$  (слика 3.). При ротацији се опруга истегне за  $\Delta l = 0,05 \text{ cm}$ . Занемарити савијање опруге (опруга остаје у правцу динамометра).

а) Одредити број обртаја који систем направи за вријеме од  $10 \text{ s}$ .

б) Одредити константу опруге  $k$ .



Слика 3.



Слика 4.

5. Особа масе  $m = 60 \text{ kg}$  лежи на клупи масе  $M = 20 \text{ kg}$  (слика 4.). Ногари клупе су на њеним крајевима. Ногар на десном крају је краћи и постављен је на вагу. Клупа је у хоризонталном положају. Дужине клупе и особе су једнаке и износе  $l = 1,6 \text{ m}$ . Очитање на ваги је  $m_v = 30 \text{ kg}$ . Одредити растојање  $x$  центра масе особе од стопала.

У свим задацима узети за вриједност гравитационог убрзања  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

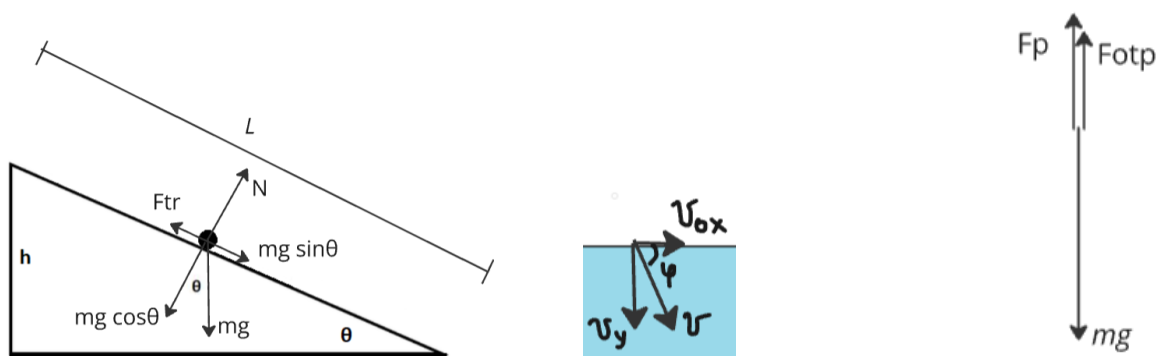
1. а) Слика 1: Примјењујемо други Њутнов закон на тијело које се креће по стрмој равни.

За силе нормалне на стрму раван важи:  $N = mg \cos \theta$ ,

док за силе паралелне стрмој равни важи:  $ma = mg \sin \theta - \mu N$ .

Из ове двије једначине се добија убрзање тијела низ стрму раван:  $a = g (\sin \theta - \mu \cos \theta)$ .

Пошто је почетна брзина једнака нули, брзина на дну стрме равни се налази из:  $v_0^2 = 2al$ , гдје је  $l = \frac{h}{\sin \theta}$ , те слиједи:  $v_0 = \sqrt{(\sin \theta - \mu \cos \theta) \frac{2gh}{\sin \theta}} = 4,16 \frac{m}{s}$ .



Слика 1. Силе на стрмој равни; Слика 2. Брзина при удару у воду; Слика 3. Силе при кретању кроз воду сталном брзином

б) Слика 2: Угао  $\varphi$  који брзина заклапа са хоризонталном површином воде при удару у воду се може одредити из компоненти брзине при удару:  $\tan \varphi = \frac{v_y}{v_{ox}}$ .

Вертикална компонента брзине се може израчунати из  $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gH$ , гдје је  $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ , а хоризонтална компонента брзине је дата са:  $v_{0x} = v_0 \cos \theta$ .

Слиједи да је:  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \theta + 2gH}}{v_0 \cos \theta} = 2,1373$ , одакле је тражени угао:  $\varphi = 64,92^\circ \approx 65^\circ$ .

в) Слика 3: Када каменчић достигне максималну брзину, важи равнотежа гравитационе силе са силама отпора и потиска:  $mg = F_{otp} + F_p$ .

Овдје је сила потиска  $F_p = \rho_v g V$ , гдје се за запремину каменчића може узети запремина сфере  $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$ .

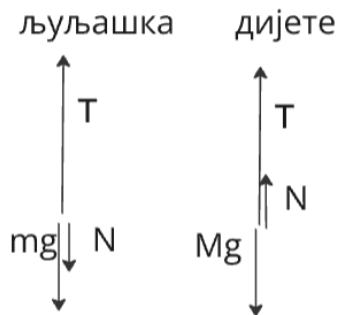
Уврштавањем у једначину добијамо:  $mg = kv + \rho_v g \frac{4}{3} r^3 \pi$ .

Одавде добијамо израз за максималну брзину каменчића:

$$v = \frac{g}{k} \left( m - \frac{4}{3} \pi \rho_v r^3 \right) = 0,1425 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 14 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

2. а) Слика 4: Једначина кретања љуљашке:  $ma = T - N - mg$ .

Једначина кретања дјетета:  $Ma = T + N - Mg$ .



Слика 4. Дијаграми сила за љуљашку и дијете

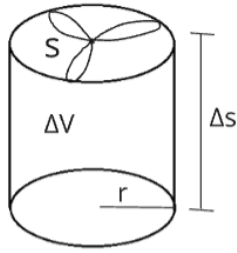
Одузимањем ових једначина налази се реакција љуљашке која дјелује на дијете:

$$N = \frac{1}{2} (M - m)(a + g) = 154,65 \text{ N}.$$

б) Једначине када је кретање константном брзином:  $T' = N' + mg$  и  $T' + N' = Mg$ .

Сабирањем ових једначина добија се сила затезања ужета:  $T' = \frac{g}{2} (m + M) = 343,35 \text{ N}$ .

3. Сила којом елисе гурају ваздух надоле може се израчунати из другог Њутновог закона у облику:  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = v \frac{\Delta m}{\Delta t}$ . Маса која за вријеме  $\Delta t$  прође кроз површину коју пребришу елисе се може изразити преко одговарајуће запремине  $\Delta V$  ваздуха која се премјести кроз површину елиса и густине ваздуха:  $F = v \rho \frac{\Delta V}{\Delta t}$ . Затим, запремина се може изразити преко површине коју елисе пребришу и пређеног пута ваздуха за дато вријеме  $\Delta t$ , а то је запремина цилиндра (слика 5)  $\Delta V = S \Delta s = r^2 \pi \Delta s$ . Тиме добијамо коначну формулу за силу:  $F = v \rho r^2 \pi \frac{\Delta s}{\Delta t} = v \rho r^2 \pi v = v^2 \rho r^2 \pi$ . Ово је сила којом ваздух такође потискује хеликоптер нагоре и одржава га у лету.



Слика 5. Запремина ваздуха који у одређеном временском интервалу прође кроз површину коју пребришу елисе.

Пошто хеликоптер лебди, изведена сила реакције ваздуха нагоре  $F$  и гравитациона сила  $Mg$  надоле су у равнотежи:  $Mg = v^2 \rho r^2 \pi$ . Одавде добијамо израз за тражену

брзину: 
$$v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho r^2 \pi}} = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

б) Пошто је брзина ваздуха који се гура надоле три пута већа, из изведене формуле за силу реакције ваздуха видимо да ће она бити 9 пута већа:  $F' = 9F$ . Сила реакције ваздуха нагоре ће бити већа од гравитационе силе, те хеликоптер убрзава нагоре. Важи једначина кретања:  $Ma = F' - Mg = 9F - Mg = 9Mg - Mg = 8Mg$ . Тиме добијамо убрзање:  $a = 8g$ . Из кинематичке једначине, с обзиром да је почетна брзина хеликоптера нула, добијамо вријеме пењања хеликоптера на задату висину  $h$

$= 20 \text{ m}$ : 
$$t = \sqrt{\frac{2h}{8g}} = 0,714 \text{ s}.$$

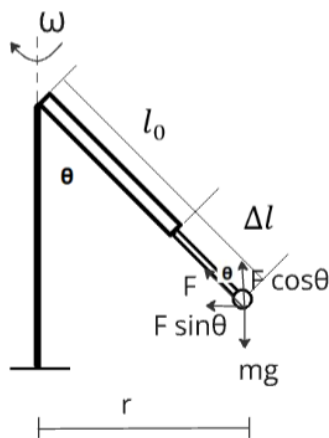
Брзина коју има на тој висини: 
$$v = 8gt = 56,035 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

4. а) Слика 6: Компоненте силе еластичности су:

$$F_x = F \sin \theta, F_y = F \cos \theta, \text{ гдје је } F = k \cdot \Delta l.$$

Силе у хоризонталном правцу:  $F_x = F_{cp}$ .

Силе у вертикалном правцу:  $F_y = mg$ .



Слика 6. Силе које дјелују на куглицу

Уврштавањем једначина за компоненте силе еластичности и центрипеталну силу  $F_{cp} = m\omega^2 r$  у претходне двије једначине добија се:  $k \Delta l \sin \theta = m\omega^2 r$  и  $k \Delta l \cos \theta = mg$ .

Дијелењем ових једначина добија се израз:  $\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$ .

Овдје је полупречник кружне путање куглице:  $r = (l_0 + \Delta l) \sin \theta$ .

Угаона брзина је дата са:  $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{N2\pi}{t}$ , одакле се може одредити број обртаја  $N$  за

вријеме од 10 s. Слједи израз:  $N = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g \tan \theta}{(l_0 + \Delta l) \sin \theta}} = \frac{t}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{(l_0 + \Delta l) \cos \theta}} = 15,29$

обртаја.

б) Константа опруге се може одредити из једне од једначина за силе, на примјер, из једначине за вертикални правац:  $k = \frac{mg}{\Delta l \cos \theta} = 138,73 \frac{N}{m}$ .

5. Показивање ваге  $m_v$  одређује силу нормалне реакције подлоге на десном крају клупе и она износи:  $N = m_v g$ . Узмимо лијеви крај клупе као ослонац  $O$ .

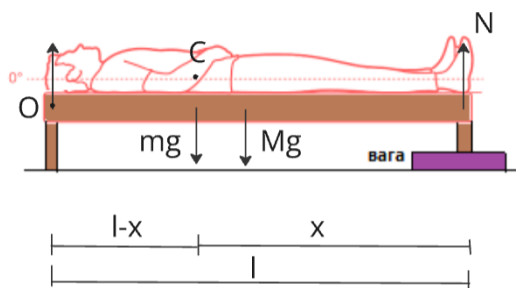
Момент тежине човјека дјелује у центру његове масе  $C$  и дат је са:  $M_1 = mg(l - x)$ .

Момент тежине клупе дјелује на средини клупе и дат је са:  $M_2 = Mg \frac{l}{2}$ .

Момент нормалне реакције подлоге која дјелује на десни крај:  $M_2 = Nl$ .

Услов равнотеже момената силе око лијевог краја  $O$  клупе (слика 7):

$$Nl = mg(l - x) + Mg \frac{l}{2}.$$



Слика 7. Силе које дјелују на клупу и одговарајућа растојања

Одавде се добија израз за тражено растојање:  $x = \frac{l(m - m_v + \frac{M}{2})}{m} = l(1 - \frac{m_v}{m} + \frac{M}{2m}) = 1,07 \text{ m}$