

## „ДА СВРАТИШ НА МАТИШ“

Жељка Ђукић, Стана Кујунџић

*ЈУ ОШ „Ђура Јакишић“ Бања Лука,  
ЈУ ОШ „Милан Ракић“ Буковица Велика, Добој*

**Сажетак:** Математика је из неког разлога одувјек била мали „баук“ у дјечијем свијету образовања. То никада није нужно значило да су наставници математике одговорни за такав став и доживљај страха и одбојности. Недостатак подстицаја и мотивације, непостојање приступа којим се једноставно отварају врата математичким мозгалицама, ребусима и проблемским задацима, доводи до тога да и најједноставнији задатак постаје нерјешив. Како доћи до кључа којим математика са свим својим теоремама, формулама, дефиницијама и правилима постаје приступачна, прихватљива и један од драгих предмета у основном образовању?

У овом раду понудићемо одговоре који ће представити наш методички приступ и његов утицај на развој логичког расуђивања код ученика. Бројни су начини и приступи реализације наставног плана и програма који доносе задовољавајуће резултате и развијају интересовање код ученика да истражују и откривају свијет математике и ван датих оквира. Покренуле смо и реализовале математичке радионице: „Математички кутак“, „СТЕМ радионице“, „Математичке слагалице“, „Илустрација задатака“, „Математичка забава“, „Истражујемо-сазнајемо“, „Моја породица и математика“, кроз које смо различитим методичким приступима реализовали занимљиве садржаје. Оно што посебно истичемо у резултатима нашег истраживачког рада је раст броја ученика који желе да самостално истражују, нуде своја рјешења и који учећи математику своје знање примјењују и у осталим областима. Сигурне да смо пронашле, у свом начину прилагођавања математичких садржаја могућностима ученика, пут ка подстицању оригиналности, поступности, систематичности и упорности у позитивном сналажењу при рјешавању проблемских ситуација, желимо да подијелимо своја искуства овим радом.

**Кључне ријечи:** математика, мотивација, подстицај, методички приступ, СТЕМ приступ, илустрације, теореме.

## 1. Математика и мотивација

Математика као наставни предмет помаже развијање способности рјешавања проблема и логичко расуђивање код ученика. Она се убраја у теже наставне предмете и захтијева континуирани рад у који је потребно уложити доста времена, труда, напора и воље. Многи ученици нису увијек спремни тако радити, па им савладавање математичких садржаја задаје доста тешкоћа. Међутим, уколико постоји интересовање за математику и ако се учи са задовољством, многе тешкоће нестају, настава и процес учења се одвијају мирније и успјешније, а садржаји се лакше усвајају. Да се школско учење не би схватило као „мучење“ и активност која се треба испунити само ради задовољења потреба наставника и родитеља, потребно је ученике мотивисати за рад, заинтересовати их, пробудити у њима вољу и љубав према раду, у овом случају, учењу математике. То се може постићи посебним садржајима саме математике, љепотом њених идеја и достигнућа, различитим методама, средствима и активностима, који утичу да се настава математике заволи, али и да се та љубав одржи. Вјерујемо да би сваком просвјетном раднику ученик требао бити на првом мјесту. Својим компетенцијама наставник треба да развија код ученика логичко мишљење и закључивање, радозналост и истраживачки дух. Пројектна настава подстиче мотивацију ученика, жељу да своја знања унаприједи и прошире. Доприноси опуштеној атмосфери, жељи за радом, истраживању, помјерању граница. Примјена СТЕМ приступа такође помаже подизању мотивације ученика за учење математике, али и повезивање математике са другим предметима. Интердисциплинарност у образовном систему је веома важна, да би ученици схватили суштину. Дјеца воле изазов јер су фокусирана на процес, а то може да буде веома забавно.

Наставници свој рад треба да започну са добрим циљевима. Циљеви подучавања требају бити такви да ученици постају независни, способни да се добро сналазе са новим проблемима, да знају да траже одговоре и постављају права питања. Требало би да радимо на томе да учимо ученике да мисле, да врше промјене, да им помогнемо да се не боје промјена. Циљеве учења треба подијелити са ученицима, да ученици знају шта треба да савладају.<sup>1</sup>

Такав приступ нам је помогао да часови постану занимљивији, а ученици више мотивисани за рад. Показаћемо вам, а надамо се и доказати да различити методички приступи реализације часа математике, или било којег предмета како у предметној тако и у разредној настави могу бити успјешни и довести до видљивих, позитивних резултата. Наша искуства су позитивна, а методе које користимо су сличне, иако смо удаљене по мјесту живљења и рада, односно, имају за циљ само једно: пружање потребне и довољне подршке да ученици постану свјесни својих могућности, односно потенцијала које могу и знају да искористе. Примјери добре праксе које дијелимо у овом раду су учинили да ученици на часове математике долазе расположени за рад, а атмосфера на часу буде пријатна.

---

<sup>1</sup> Dr. Paul Epstein Montessoriskolan Floda Säteri Sweden (семинар, октобар 2023. године)

## 1.1. Анимацијама до мотивације

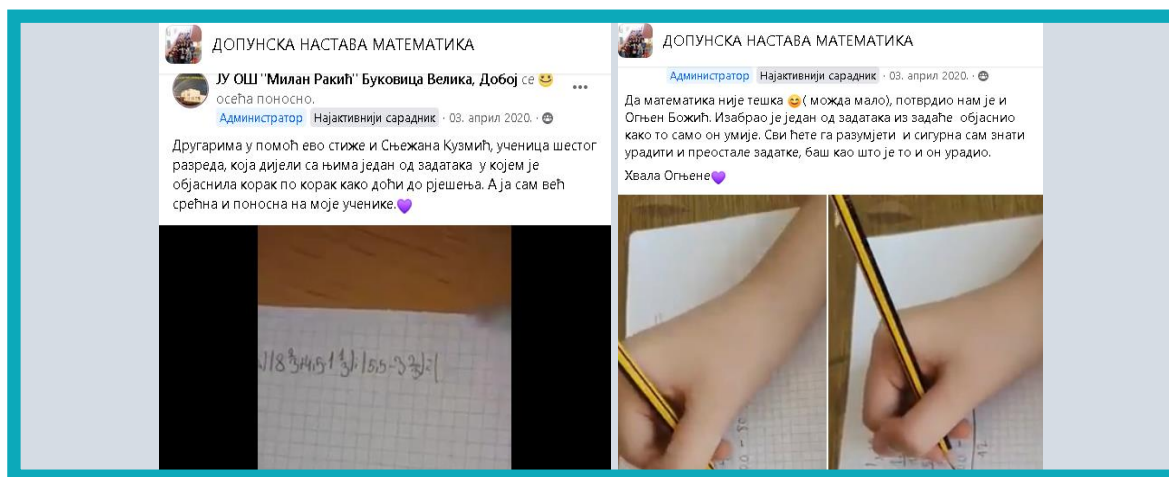
Оног тренутка када схватимо да ученици не могу добити све потребне и довољне информације да би разумјели оно што им у току једног часа требамо понудити, вријеме је да се стара нешто ново. Тако су настали додатни часови у виду презентација, слика 1, који су свакодневно постављани на друштвеној страници школе у оквиру групе „Допунска настава“. Настале су нове, другачије лекције у којима је све представљено анимацијама уз аудио објашњења.

Слика 1.

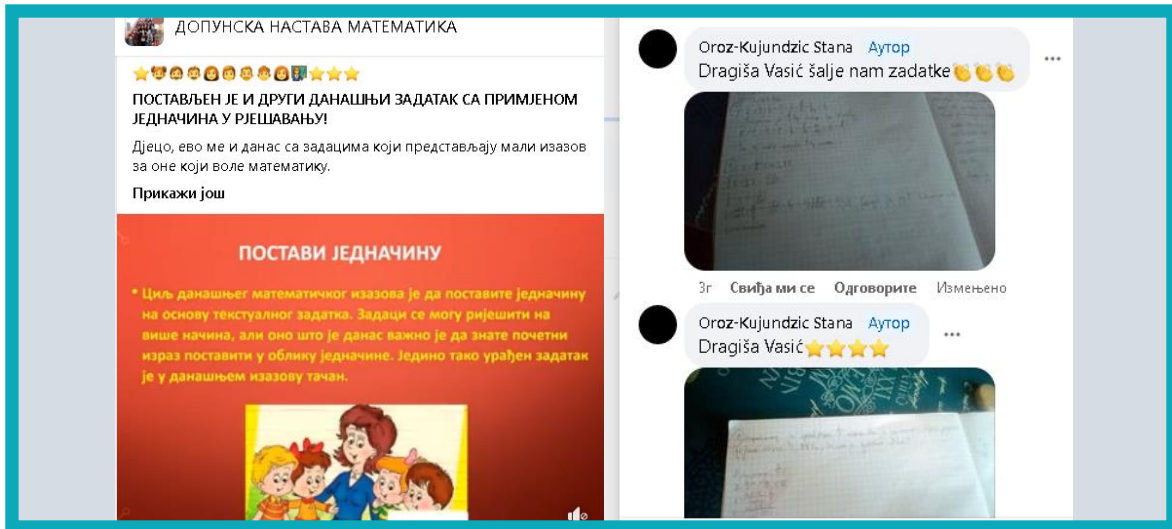


Сликом и ријечју кроз презентације је истицано све што је у току часа уочено да је нејасно или није било повратне информације ученика. Поред презентација, настала су и квиз такмичења, слика 2, гдје су као реакција стизали задаци које су ученици рјешавали, снимали се док их раде и објављивали у оквиру групе, слика 3. Примјери се могу видјети на страници: <https://www.facebook.com/groups/204325774229008>

Слика 2.



Слика 3.



Оваква активност захтијева од самог наставника вријеме, али вриједи. Успостављен је један нови, другачији однос између математичких садржаја и ученика, јер добили су прилику да и они постану неко ко може да објасни и представи своје знање. Сам осјећај да су у улози наставника био је вјетар у леђа за заиста велики број ученика. Са већом пажњом су пратили сам час, постављали конкретна питања, јер су се спремали да ураде самостално примјере који ће бити објављени. Мотивација остварена.

## 1.2. „Мали математичари“

Сљедећа активност која такође даје позитивне резултате је укључивање ученика од првог до деветог разреда у школско такмичење из математике. Имамо прилику упознати сјајну дјецу, ученике од првог до петог разреда, која напосто желе да раде и имају идеја, само им треба омогућити простор и начин да се искажу. Отуд и то такмичење на које се у школи од 700 ученика пријавило 100 малишана, од 1-5. разреда, слика 4, и одговорно урадило пет „такмичарских“ задатака. Понуђена рјешења ученика су била тачна, а начини рјешавања ријетко урађени по предвиђеном кључу. Знају да размишљају, нуде своја, јединствена рјешења. Кроз такво такмичење успостављамо везу са ученицима док су још у нижим разредима. Када стигну у шести, већ се познајемо, и све је једноставније за њих јер су ослобођени од непознатог. Велики напредак који се показао и доказао у самом раду у учионици. Ову идеју смо размијениле и реализујемо је у својим школама. Невјероватан је раст броја ученика из године у годину који желе да рјешавају задатке на такмичењу из математике, са оствареним исходима.

Слика 4.



## 1.2. „Математички кутак“ и “Илустрација задатака“

Када спознате да се пут до дјечијег повјерења проналази кроз заједничко вредновање и промовисање њихових умијећа и ма колико био тежак, настојите да га одржавате свакодневно и смишљате нове начине.

Тако је настао „Математички кутак“, идеја која је реализована успјешно, и траје. Математички кутак се састоји из три табле на којима се постављају задаци логичког типа које могу рјешавати сви узрасти, слика 5. Поред табли се налази кутија у коју ученици убацују рјешења задатака. Задаци се могу мијењати након седмицу, двије, или према процјени. Прије постављања нових задатака, ученицима се покажу рјешења задатака који су били на табли и награде се они чија су рјешења тачна или оригинална. Ученици, такође предлажу задатке који се могу наћи на кутку. На тај начин се мотивишу да вјежбају математику, читају, траже неке интересантене логичке задатке. Ако уз све то додате и награду, у виду Дипломе, за најоригиналније рјешење, мотивација не изостаје, слика 6.

слика 5.





слика 6.



Захваљујући математичком кутку ученици показују интересовање за учење математике. Кутак је мјесто у школи гдје се ученици окупљају и покушавају да заједно рјешавају понуђене задатке, слика 7. Поред тога што рјешавају задатке они их и самостално проналазе. На тај начин проширују своја знања из математике, више читају, његују истраживачки дух. Дјеца се баве математиком зато што желе, а не зато што морају.

Слика 7.



Да би Математички кутак био доступан свим узрастима и омогућио учешће и најмлађих у рјешавању математичких задатака осмишљена је „Илустрација задатака“. На основу текста задатка, ученици нуде илустрован дати проблем у задатку или рјешење, слика 8. Активност која је донијела и изњедрила велики број малих умјетника међу математичарима. Сјајни су њихови радови. Бавимо се мишљу да заједно са њима урадимо једну малу збирку илустрованих задатака.

Слика 8.



У ЈЕДНОМ СЕОСКОМ  
ДВОРИШТУ НАЛАЗЕ СЕ ТРИ  
КОКОШКЕ, МАЧКА, ПАС И  
ДВИЈЕ ГУСКЕ. КОЛИКО ОНИ  
ЗАЈЕДНО ИМАЈУ НОГА?

МАРКО ЈЕ ОТИШАО У "СЛАТКИ  
КУТАК" ДА ПОЈЕДЕ СВОЈЕ  
ОМИЉЕНЕ КОЛАЧЕ. ИЗБРАО ЈЕ  
ДВА И ПОЈЕО ОБА. КОЛИКО МУ  
ЈЕ КОЛАЧА ОСТАЛО?

Поред илустрације задатака занимљиво је понудити ученицима у разредној настави да представе цртежом једноцифрене бројеве,

Слика 9.



Радови ученика су оригинални. Један од примјера, илустрације ученика четвртог разреда, налази се на слици 10. Ученик је изабрао број четири и настала је заиста сјајна илустрација, са текстом који је ученик осмислио и написао:

„Имамо двије рачунске операције које дају са истим бројевима резултат 4. ( $2 \cdot 2 = 4$  и  $2 + 2 = 4$ )

Четири годишња доба: јесен, зима, прољеће, љето.

Четири рачунске операције: множење, дијељење, сабирање, одузимање.

Четири услова живота: сунце, ваздух, вода, земљиште.

Четири животна циклуса: рођење, школа, посао, пензија.

Четири степена одрастања: рођење, адолесцентност, зрелост, старост.“

Слика 10.



#### 1.4. Примјена златног пресека

Пројекат „Примјена златног пресека“ реализован је са ученицима који су похађали часове додатне наставе. Уприличено је предавање за наставнике и ученике школе. Ученици су кроз презентације, видео записе и кроз израду рачунарских програма представили примјену златног пресека у природи, грађевини, архитектури, дизајну, сликарству, музици, информатици, књижевности. Било је задовољство видјети на који начин су повезали математику са предметима који наизглед изгледају далеко један од другог. Направили су програм који је исписивао тражени члан Фибоначијевог низа, пуштали музичка дјела кроз која се прожимају златни пресјек и Фибоначијев низ. Како би научници објаснили шта је златни пресјек, водили су се теоријом да је то најсавршенији пресјек у природи, који представља хармонију изразите прецизности и хаотичне несавршености. Структура савршена људском оку. Златни пресјек често сусрећемо у природи и сликарству, те пропорцијама људског тијела; позната је студија Леонарда да Винчија, “Витрувијев човјек” у којој се може видјети човјек уписан у круг и квадрат. Ученицима је кроз овај пројекат понуђено да повуку паралелу Фибоначијевим низом, златним пресјеком, између математике и књижевности.

Истраживали су, откривали и настала је прича о златном пресеку у књижевном дјелу.



Златни пресјек се често користи у књижевним дјелима, посебно пјесмама:

„Манасија  
Златно и плаво  
Последња звезда у души  
Последњи бескрај у оку.“  
Васко Попа

Ученици сами закључују: Број стихова у овој строфи је Фибоначијев број 3. Први стих има 5 слогова и подијељен је на два полустаха (2 + 3), други је даље подијељен на два дијела (1 + 2). Остала два стиха имају по 8 слогова, подијељених на два полустаха (3 + 5), од којих је други подијељен по шеми (2 + 3). Толико божанске пропорције у тако мало ријечи.<sup>2</sup>

„Можда спава  
Можда спава са очима изван сваког зла,  
изван ствари, илузија, изван живота,  
и с њом спава, невиђена, њена лепота;  
можда живи и доћи ће после овог сна.  
Можда спава са очима изван сваког зла.“  
Владислав Петковић Дис

Математичком анализом, ученици су лако могли закључити да је карактеристичан број слогова ове строфе Фибоначијев број 13.<sup>3</sup>

Кроз припрему и реализацију оваквих пројекта наставници боље упознају ученике, и уочавају колико ученици могу проширити своја знања, самостално истраживати и показати осталим ученицима колико је математика занимљива наука. Како реализацији пројекта присуствују и ученици из нижих разреда, постиже се већа заинтересованост за математику, мотивација је већа.

## 2. Наше математичко путовање

Са ученицима деветог разреда, реализована је идеја да на крају деветог разреда представе знања и умијећа која су стекли и научили из математике у току свог школовања, али на један другачији начин. Наслов пројекта као и писање сценарија „Наше математичко путовање“ заједничка је идеја наставника и ученика. Ученици су кроз писање сценарија показали шта су све научили, не само из математике. Много труда и жеље да се успије, уложено је у овај пројекат.

Писало се о скуповима, угловима, разломцима, негативним бројевима, Питагориној теореме, о троуглу, многоуглу, кругу, Фибоначијевим низу, Паскаловом троуглу, Платоновим тијелима, Талесовој теореме, Дирихлеовом принципу.

Овако је изгледала једна сцена, слика 11:

**„Елена се осамила у клупи и посматра сунцокрет.**

**Павле је пита: Зашто си се ти тако загледала у тај сунцокрет?**

**Елена: Павле, знаш ли ти шта је Фибоначијев низ?**

**Павле: Уфф. Мало само заборавио.**

---

<sup>2</sup> Др. Ратко Тошић Комбинаторика ПМФ Нови Сад

<sup>3</sup> исто

**Елена:** Штета што ниси био редовнији на часовима додатне наставе. А и пропустио си дивно предавање о златном пресеку које су припремили ученици деветог разреда прије двије године.

Слика 11



**Павле:** Знам да сам требао бити редовнији. Него причај...

**Елена:** Он представља низ бројева у коме збир претходна два броја даје вредност наредног члана низа. Прва два члана су му 0 и 1, а даље гласи: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144...

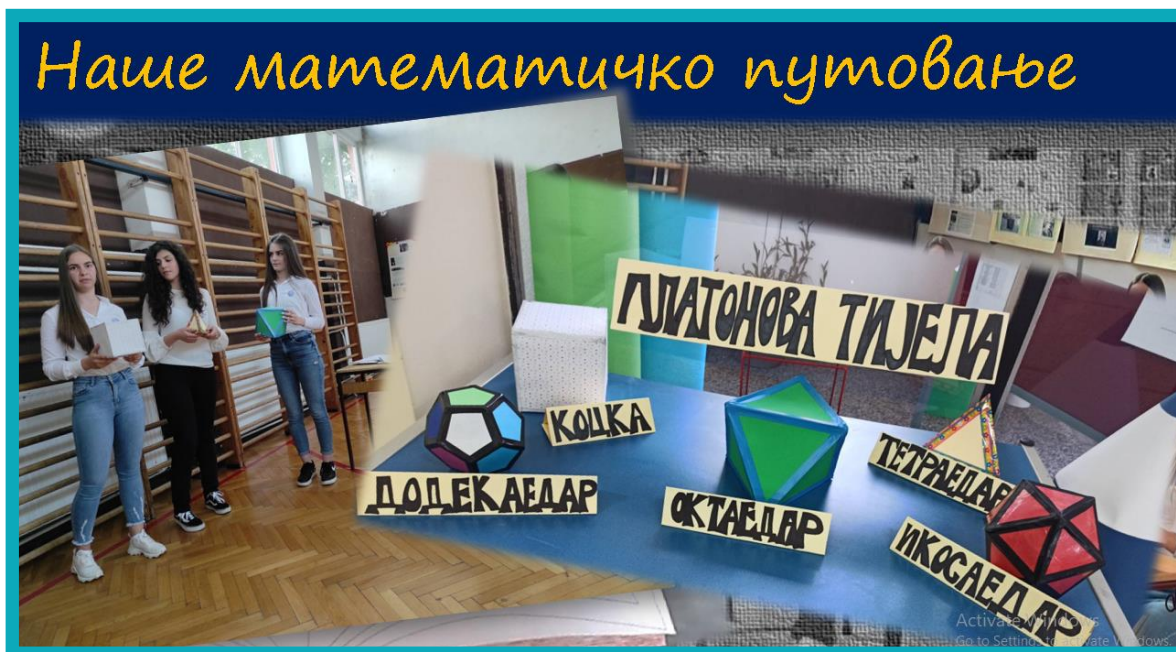
**Павле:** Веома интересантно!

**Елена:** Јесте. Погледај цвијет сунцокрета. Бројеви његових сјемених плодова поређани по спирално увијеним линијама одговарају вишим члановима Фибоначијевог низа. Ако се загледаш у главу сунцокрета, видјећеш да су сјемена размјештена у два низа спирала. У једном низу, сјемена су у смијеру кретања казаљке на сату, а у другом у супротном смијеру. Оно што је посебно занимљиво јесте следеће: колико год да су сјемена велика, размак између њих је увијек исти, тако да једни друге не ометају у упијању сунчеве свјетлости.

**Павле:** Сјајно. Баш си ме заинтересовала, истраживаћу још о Фибоначијевој низу. (Окреће се према публици и каже: „И вама препоручујем то исто!“

Кад се завршило писања сценарија кренуле су пробе кроз које су се стварали незаборавни тренуци. Направљени су и плакати и „флајери“ да би сви били упознати са представљањем пројекта. Ученици су показали поред математичких све своје способности и таленте. Приказивање смо уприличили у сали школе, слика 12. Позвани су родитељи, наставници, наше школе, али и колеге из других школа, ученици нижих разреда. Сцена је била једна учионица. Како би само дешавање имало и свечану ноту, као што и заслужује свака представа, започели смо музиком. Звуци виолине и пјесма испунили су простор учионице, након чега су ученици представили математику на један другачији начин.

Слика 12.



Ученици седмог разреда који су сједили у публици имали су задатак да само једном ријечју представе математику. Могле су се чути ријечи: инспирација, умјетност, чаробна, изазов, забавна, машта, пустоловина. Наше математичко путовање завршава реченицом: „Алберт Анштајн је рекао: Логика вас може одвести од мјеста А до мјеста Б, а машта гдје год пожелите! Зато другари сањајте, маштајте, а математика вам сигурно може помоћи у томе.“ Ученици су послали сјајну поруку свима који су нас гледали, слика 13.

На следећем линку можете погледати како смо представили „Наше математичко путовање“ <https://youtu.be/Ta0M5D-RNFQ> Снимање су радили ученици.

Слика 13.



Реализација овог пројекта је изазвала велико задовољство ученика, родитеља, колега и самог наставника. „Наше математичко путовање“ је показало да су ученици мотивисани за учење математике, за писање, међусобну сарадњу, подршку, глуму. Ова пракса је омогућила да ученици прошире своја знања из математике, побољшају јавни наступ, дикцију, стекну вјештине које ће им бити потребне у одрастању.

Млађи ученици су постављали питања, када ће они почети са пројектном наставом, какав пројекат би они могли реализовати. „Наше математичко путовање“ може да „живи“, на крају сваке школске године ученици могу представити родитељима и наставницима у задњој недјељи школе шта су то научили из математике. Такође, оваква пракса на сличан начин се може примјењивати и у другим предметима.

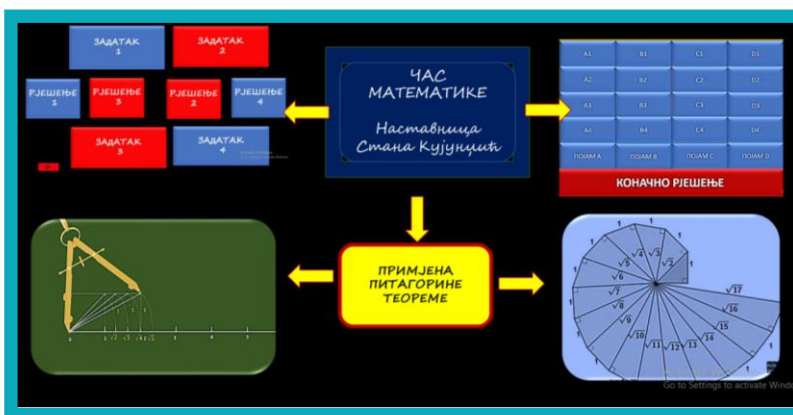
### 3. Часови редовне наставе

Осим активности које подразумевају учешће свих оних који желе, ми смо и часове редовне наставе, односно реализацију математичких садржаја предвиђених НПП-ом обогатили различитим методичким приступом. Везу између математике и методике математике остварили смо проналазећи посебне облике и методе помоћу којих смо интерпретирали математичке садржаје и ставили их у васпитно-образовну функцију да бисмо је и остварили.

Ми смо у ствари успјеле да избором начина и облика представљања различитих математичких садржаја снажно утичемо на мотивацију ученика. Данас имамо ученике који сами показују интересовања за нове пројекте, самостално предлажу нова истраживања и што је најважније, радују се сваком новом изазову.

#### 3.1. Питагорина теорема

Слика 14.



Након уводне ријечи наставника, час започиње кратким освртом на причу о Питагори. Слједи игра асоцијација ,слика 15, (Power Point) чије је решење “правоугли троугао”:



Слика 15..

A1	B1	C1	D1
A2	B2	C2	D2
A3	B3	C3	D3
A4	B4	C4	D4
ПОЈАМ А	ПОЈАМ В	ПОЈАМ С	ПОЈАМ D
<b>КОНАЧНО РЈЕШЕЊЕ</b>			
НАЈДУЖА	КРАЂА	САМОС	ДОКАЗУЈЕ СЕ
КВАДРАТ	ДУЖА	ШКОЛА	НУДИ ОДГОВОР
ИСПОД	ПРАВИ УГАО	УЖЕ	ТРАЖИ ДОКАЗ
СТРАНА	СТРАНИЦА	13 ЧВОРОВА	ПРИМЈЕНА
ХИПОТЕНУЗА	КАТЕТА	ПИТАГОРА	ТЕОРЕМА
<b>ПРАВОУГЛИ ТРОУГАО</b>			

Мини квиз уз који су ученици показали своја знања, односно ниво усвојености основних појмова, слика 16. Својим ријечима су исказали Питагорину теорему, основне карактеристике једнакокраког, једнакостраничног и правоуглог троугла, а кроз задатке основног нивоа примијенили Питагорину теорему.

Задаци су припремљени у облику квиза, у којем су ученици бирали поље које желе да отворе, дали одговор, односно рјешење. Након одговора, тачност су процијенили и оцијенили сами ученици, а затим се отвара и поље са тачним одговором.

Наставник прије почетка игре, може именовати ученике који дају одговоре. Циљ је ученицима који теже усвајају нова знања, понудити на овај начин могућност да исказу своја постигнућа. Уколико ученик не зна одговор, понудиће се другом ученику, а први ће имати могућност отварања новог поља са питањем.

Слика 16.

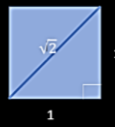

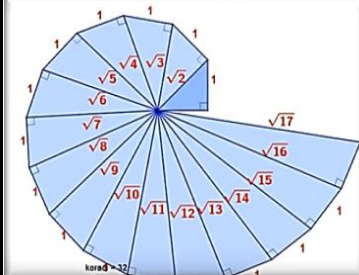
КОЈЕ СУ КАРАКТЕРИСТИКЕ НЕЈАКОВИЈИХ ТРОУГЛА?	Три различите стране, три различита угла, Три различите висине, три различите медијане, дужи	$\alpha + \alpha = 180^\circ$	КАКО ИСТИНСКА ВЕРИФИЦИРАМО НЕГОВИЈОГ СПОЉАШЊЕГ УГЛА ТРОУГЛА?	Питање 1	Одговор 1	Одговор 3	Питање 3
КОЈА ЈЕ НАЈДУЖА СТРАНИЦА НЕЈАКОВИЈИХ ТРОУГЛА?	Хипотенуза је најдужија страница правоуглог троугла.	$a^2 = c^2 - b^2$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$	КАКО ИЗРАЧУНАВАМО НЕПОЗНАТУ КАТЕТУ?	Питање 2	Одговор 2	Одговор 4	Питање 4
КОЈИМ ВИСИНА ИМА ТРОУГЛОМ?	Троугло има три висине.	$\frac{a \cdot b}{c}$	ФОРМУЛА ЗА ИЗРАЧУНАВАЊЕ ПОВРШИНЕ НЕПОЗНАТОГ ТРОУГЛА?	Питање 5	Одговор 5	Одговор 6	Питање 6
КАКО СЕ ЗОВУ СТРАНИЦА НЕЈАКОВИЈИХ ТРОУГЛА?	Катете граде прави углови, а хипотенуза се налази на странима правог угла.	Једнаки углови, Једнаки услови на основци.	ОСОВИНЕ ЈЕДНАКОКРАКОГ ТРОУГЛА?	Питање 7	Одговор 7	Одговор 8	Питање 8
КОЈИМ ГЛАСИ ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА?	Збир квадрата код катета једнаке је квадрату код хипотенузе.	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	КАКО ИСТИНСКА ВЕРИФИЦИРАМО УГЛОВА ТРОУГЛА?	Питање 9	Одговор 9	Одговор 10	Питање 10

Израчунај дужину дијAGONALE правоуглога, ако је једна његова страница 12 cm, а друга 9 cm.	<b>ЗАДАТАК 2</b>	<b>ЗАДАТАК 1</b>	<b>ЗАДАТАК 2</b>
$d = \sqrt{12^2 + 9^2}$ $d = \sqrt{144 + 81}$ $d = \sqrt{225}$ $d = 15 \text{ cm}$	<b>РЈЕШЕЊЕ 3</b>	$a = \sqrt{10^2 - 8^2}$ $a = \sqrt{100 - 64}$ $a = \sqrt{36}$ $a = 6 \text{ cm}$	<b>РЈЕШЕЊЕ 4</b>
<b>ЗАДАТАК 3</b>	Израчунај катету правоуглог троугла, ако је хипотенуза 10cm и друга катета 8 cm.	<b>ЗАДАТАК 3</b>	<b>ЗАДАТАК 4</b>

Конструкција дужи чији је мјерни број ирационалан, представљена је помоћу презентације са корацима конструкције и начином помоћу којег могу пронаћи рјешења за било који ирационални број, слика 17. Представљање и објашњење појма „Питагорин пуж“, који су ученици имали прилику видјети у склопу презентације, помогло им је да самостално конструишу исто. Активност ученика у току оваквог часа и жеља да буду самостални у изради задатака, показала је да су заиста потребни посебни начини и методе у раду да би остварили очекиване исходе. Подстицај који ученик добије од наставника на крају оваквих часова има за резултат питања: “Хоће ли и наредни час бити овакав?” Након тога, имате вјетар у леђа.

Слика 17.

$\sqrt{2}$  $d^2 = 1^2 + 1^2$ $d^2 = 1 + 1$ $d^2 = 2$ $d = \sqrt{2}$	$\sqrt{11}$ $x^2 = \sqrt{10^2} + 1^2$ $x^2 = 10 + 1$ $x = \sqrt{10 + 1}$ $x = \sqrt{11}$ 	$x^2 = 3^2 + \sqrt{2}^2$ $x^2 = 9 + 2$ $x = \sqrt{9 + 2}$ $x = \sqrt{11}$	
--	---	--	---

### 3.2. Бројевни израци у скупу рационалних бројева

У уводном дијелу часа упознати ученике са наставном јединицом која ће се реализовати. Саопштити им да ће уз помоћ презентације и примјера урађених у њој, слика 18. обновити правила рачунских операција са разломцима и израчунавање вриједности бројевних израза са и без промјењљиве, након чега ће имати прилику да потпуно самостално примјењују стечена знања.

Слика 18.

**БРОЈЕВНИ ИЗРАЗИ СА ПРОМЈЕЊЉИВОМ**

а и б су промјењљиве чије вриједности требамо израчунати.

$2a - 3b =$

а =  $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$     б =  $0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$2a - 3b =$

$2 \cdot \frac{9}{4} - 3 \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{2} - \frac{9}{5} =$

$\frac{9 \cdot 5}{2 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{45}{10} - \frac{18}{10} = \frac{27}{10} = 2,7$

Ово је један израз чију вриједност требамо израчунати.

Како?

Уколико су промјењљиве дате у различитим облицима (разломак, децимални запис...) требамо извршити претварање у један облик (или оба у разломак, или оба у децималан запис)

Прије тога требамо их средити, претворити у облик који ћемо уврстити у израз.

Дате вриједности за а и б треба уврстити у израз.

Ако пише 2а подразумева се рачунска операција множења 2 · а.

**ПРЕКЛУПАВИ ЗАДАЦИ**

- Пажљиво прочитати задатак.
- Утврдити шта нам је познато, а шта непознато.
- Нацртати слику која нам може помоћи у проналажењу рјешења.
- Након анализе текста задатка, написати бројевни израз на основу којег ћемо израчунати оно што се тражи у задатку.
- Формулисати одговор.

Пред њима ће бити мали изазов „ко ће прије, ко ће више“, у виду задатака различитог нивоа сложености. Сами ће из кутија које су на столу бирати и одлучивати које задатке могу да ураде, слика 19, након чега могу заједно са наставником погледати колико су били успјешни и вредновати њихов рад.

Слика 19.



У припремљеној презентацији урађена су два примјера задатака у којима су заступљена сва правила која се примјењују приликом израчунавања вриједности бројевних израза са разломцима. Очекивано је да ученици искажу дефиницију бројевног израза и нека од правила (приоритет рачунских операција, како сабирамо, одузимамо, množимо или дијелимо разломке ...). Кроз задатке пролазимо заједно (очекивано да ученици дају одговоре на питања којим редом вршимо израчунавање?...шта требамо прво урадити...?)

У првом примјеру је једноставан израз са промјењљивим чије су вриједности задате. У другом примјеру је текстуални задатак на основу којег постављамо одговарајући израз и израчунавамо његову вриједност. Након примјера, ученици могу отићи до кутија и кренути са рјешавањем задатака. Задаци се налазе у три кутије обиљежене бројевима од 1 до 3.

Циљ је да се уради што више задатака различитих нивоа сложености. Не откривамо им колико је потребно урадити за одређену оцјену. Пуштам их да сами одлуче колико могу и колико су спремни да ураде.

У првој кутији, слика 20, се налазе задаци основног нивоа у којима ученици треба да израчунају вриједност једноставног бројевног израза без промјењљивих. На једном листићу су четири задатка.

Слика 20.

КУТИЈА 1

**Израчунај:**

а)  $\frac{7}{12} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$    б)  $1\frac{5}{7} \cdot 5\frac{1}{4} =$    в)  $\frac{5}{2} : \frac{10}{3} =$    г)  $(11,7+2,4) \cdot 2,3 =$

---

**Израчунај:**

а)  $\frac{5}{8} - \frac{1}{16} + \frac{3}{4} =$    б)  $2\frac{2}{9} \cdot 1\frac{2}{25} =$    в)  $\frac{3}{4} : \frac{9}{2} =$    г)  $(10,25-7,12) \cdot 1,5 =$

---

**Израчунај:**

а)  $\frac{3}{2} - \frac{5}{7} + \frac{1}{14} =$    б)  $2\frac{4}{5} \cdot 5\frac{5}{7} =$    в)  $\frac{6}{5} : \frac{3}{10} =$    г)  $(15,25-3,12) \cdot 1,5 =$

Слика 21.

КУТИЈА 2

Ако је  $A = 1\frac{1}{8} - 2,5 \cdot 0,2$  и  $B = (2,5 \cdot 1,4) : 1\frac{1}{4}$  израчунај:

$B - 2 \cdot A =$

---

Ако је  $x = 0,5 : (\frac{3}{4} - \frac{1}{6})$  и  $y = (1,4 + \frac{3}{5}) : 2\frac{2}{5}$  израчунај:

$(1-x) : y =$

---

Ако је  $A = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - 0,2$  и  $B = 3,6 : 1,5 + 1$  израчунај:

$2A + \frac{1}{3}B =$

У другој кутији, слика 21, су задаци средњег нивоа сложености, гдје су дати бројевни изрази са двије промјењљиве задатих вриједности у облику краћих израза.

У трећој кутији, слика 22, налазе се сложенији задаци у којима се на основу текста треба поставити бројевни израз и израчунати његова вриједност. Када заврше задатак, одлазе до кутија на којим пише „рјешење 1“, „рјешење 2“ „рјешење 3“ и узимају листић исте боје као листић са задацима. На њему се налази урађен задатак. Одлазе на мјесто и провјеравају да ли су и колико тачно урадили. Наставник евидентира тачност и ученик може преузети следећи задатак из које кутије жели.



Слика 22.

КУТИЈА 3

Броју  $1\frac{2}{3}$  додај број који се добије када се збир бројева  $\frac{7}{8}$  и 0, 125 подијели њиховом разликом. Састави израз и израчунај његову вриједност.

Одреди збир три четвртине броја 20 и двије деветине броја 18, а затим га умањи за разлику бројева 17,5 и 0, 35.

Колико је пута количник бројева  $1\frac{2}{3}$  и 0,2 већи од  $\frac{1}{3}$  ?

Након првог урађеног задатка, ученици би требали сами да процијене да ли могу ићи корак даље ка сложенијим задацима или назад или можда остати на истом нивоу сложености задатка. Ова метода је одговарајућа за часове на којима вршимо провјеру усвојених знања, односно у којој мјери смо заједно остварили очекиване исходе. Занимљиво је посматрати ученика који има избор да одмах добије оцјену одличан, тачно урађеним задатком из треће кутије. Ипак, они се одлучују да раде корак по корак. За почетак бирају кутију број један и полако у складу са својом одлуком, напредују или остају при првом избору. Метода која може да се примени на све области.

### 3.3. Талесова теорема

#### 3.3.1. СТЕМ приступ

Једна од тема која је реализована по СТЕМ приступу је Талесова теорема. Ученицима је претходног часа савјетовано да самостално истраже о Талесу, његовом животу и египатским пирамидама. Ко је био Талес, на који начин је измјерио висину пирамиде само уз помоћ ужета, како је измјерио нешто што је у то вријеме било немјерљиво, није било тешко објаснити, јер су ученици на час дошли са много информација које су припремили.. Занимљив је био и разговор о пирамидама. Након историјског осврта, услиједио је математички дио и на једноставан начин заједно смо стигли до формулације Талесове теореме. Оно што карактерише СТЕМ приступ или СТЕМ методологију дешавало се ван учионице.

Са теоријског дијела прешли смо на експериментални дио, слика 23. Наиме, ученици су примјенили Талесову идеју да би измјерили висину дрвећа у школском дворишту.

Мјерили су дужину сјенке дрвета, те дужине сјенки неколико ученика из разреда. По повратку у учионицу користили смо Талесов закључак: “Колико пута је моја висина већа (или мања) од дужине моје сјенке, толико пута је и висина стабла већа (или мања) од дужине сјенке стабла,” слика 24. Формирали смо пропорције, а ученици су имали прилику да се увјере, да је без обзира на различите висине ученика, висина стабла увијек иста. Да би експеримент био потпун, требало је обезбиједити корелацију са неким од предмета.

Биологија и хемија удружене са математиком и Талесовом теоремом, оправдале су примјену STEM приступа. На основу листа, слика 25, стабла ученици су идентификовали о којем стаблу је ријеч.

Захваљујући е-учионици, користећи различите изворе са интернета истраживали су о стаблу које су мјерили. Истраживали су о јавору, багрему и трешњи. Упознали су се са њиховим основним особинама, условима за узгој, хемијским својствима, нутритивним вриједностима, врстама, те разним занимљивостима.

Направили су презентације, слика 26, кроз које су приказали шта су научили о стаблима које су истраживали. На овај начин реализовања часа математике ученици су повезали математику са историјом, биологијом, хемијом, физиком, географијом, те схватили значај експеримента у процесу учења.



## Талесова теорема у практичној настави

Гласи: Ако паралелне праве  $a$  и  $b$  пресијецају праву  $r$  у тачкама  $B$  и  $C$ , а праву  $q$  у тачкама  $D$  и  $E$ , и ако је  $A$  заједничка тачка правих  $r$  и  $q$ , тада важи:

$$\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$$




Кеопсова пирамида

Графички приказ Талесове теореме




### Трешња

Трешња је листопадно дрво, нарасте од 15 до 20m висине, а обим стабла износи до 1,5m.  
 Кора је сиво-црвенкасте боје, сјајна, глатка, љушти се у облику концентричних кругова.  
 Цвјета рано у прољеће, у исто вријеме кад и листа.  
 Трешња се у Јапану сматра узвишеном биљком, стога је Јапан 1912. године поклонио САД-у 3020 стабала трешње у знак њихових пријатељских односа.  
 Канада држи рекорд за припрему највеће пите од трешања на свијету. Пита је тежила готово 18t.

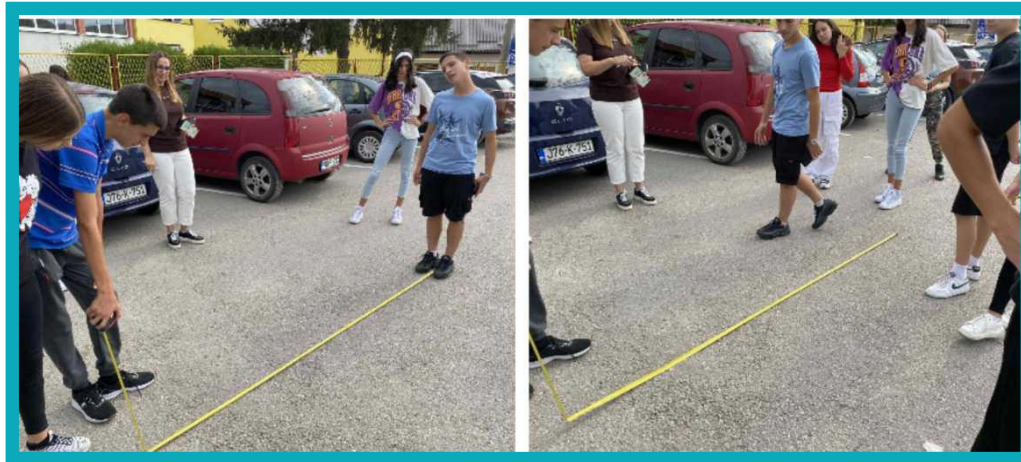
Мес	Месина
130-200 = x-2300	170-200 = x-2300
200-x = 231-2300	200-y = 215-2300
x = 2169	x = 2169
x = 2169cm = 21,69m	y = 183,00cm = 1,83m

Уз помоћ Талесове теореме измјерили смо висину трешње у школском дворишту.

Слика 23.



Слика 24.





Слика 25.



Слика 26.

### Хемијска својства трешње

- Списак материја које садржи трешња је:
- Витамин Ц за имуни систем
- Фолна киселина за срце и крвоток
- Калцијум за кости
- Гвожђе за крв
- Највредније од свих су биљне боје трешања.
- Тамније трешње си здравије јер садрже више боје




- Багрем ( *Robinia pseudoacacia* ) је листопадно дрво које припада роду **Robinia**.
- Потиче из југоисточног дијела С АД-а а у Европу је донијет 1601. године.
- Распрострањен је у Хрватској.

### Изглед и распрострањеност јавора

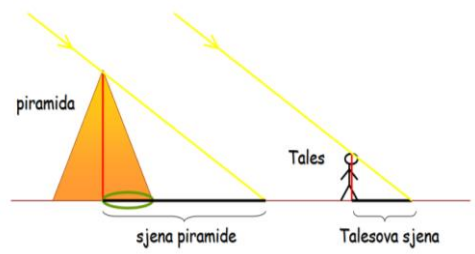
- Јавор је род листопадног или зимзеленог дрвећа. Постоји око 150 различитих врста јавора.
- Може достићи висину и до 30 метара, крошња му је широка и заобљена, а стабло може бити дебело и до 1 метра. Листови су 8-16 центиметара дуги и широки.
- Најзаступљенији је у средњој, западној и јужној Европи, и сјеверном дјелу Мале Азије. Нарочито много врста расте у Кини и Јапану.




### 3.3.2. Талесова теорема-драмски приказ

Баш као што је Талес „побиједио пирамиду“ и ми можемо побиједити Талеса. Сами бирамо методе и начине, а заједно са дјецом их реализујемо. Дјеца заиста једва чекају да се предложи нешто другачије, различито. Због тога је након часова обраде наставне јединице „Талесова теорема“, припремљен њен драмски приказ кроз који су ученици показали и открили своје таленте. Казивањем о седам свјетских мудраца направљен је увод, након којег је Талесова теорема „оживјела“, слика 27

Слика 28.



piramida

Tales

sjena piramide

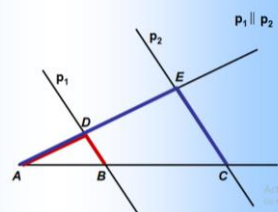
Talesova sjena

Ако два правца пресејемо паралелним правцима, тада вриједи:

$$BD : AB = CE : AC$$

$$BD : AD = CE : AE$$

$$BD : CE = AB : AC$$

$$BD : CE = AD : AE$$




## СЦЕНАРИЈ:

### КАКО ЈЕ ТАЛЕС ПОБИЈЕДИО ПИРАМИДУ

Ученик: “Талес из Милета је први грчки филозоф, научник и математичар. Живио је од 624. до 547. године прије наше ере. Он је и једини филозоф који је прије Сократа сврстан међу седам античких мудраца.

За сунчана дана чекао је тренутак када ће сјена свих предмета (нпр. штапа којег је забио у пијесак покрај пирамиде) бити једнака њиховој висини. То је онда примијенио и на пирамиду и преко сјене израчунао њену висину.”

Ученик: “Ипак, оно најважније што му математичари приписују, јест чињеница да је Талес први дао логичке темеље доказивању теорема. Другим ријечима, Талес је први нагласио да није довољно само опажати појаве, већ их и доказати.”

Седам мудраца излази и говори изреку. Прије изласка најављује их једна од ученица :

„Упознајмо их:

Талес из Милета

Ученик: “Ако заповиједаш, управљај самим собом.”

Солон из Атине

Ученик: „Ни у чему не претјеруј.”

Хилон из Спарте

„Не пожели немогуће.”

Питак са Лезбоса

Ни богови се не боре против онога што мора бити.

Бијас из Пријене

Све своје носим собом. – Бијас.

Клеобул из Линдока

Не чини ништа на силу.

Перијандар из Коринта

Ужици су пролазни, часно име је бесмртно

Затим сви сем Талеса стану у полукруг, а Талес остаје испред са штапом у руци. Полако се ослања на њега, подиже га загледа спушта и посматра. Док тако стоји прилазе му два ученика са сјенкама у руци и постављају их (сјенка Талеса, сјенка штапа)

Имамо два пара сјенки које су у размјери 1:2 (једна два пута већа од друге). Талес узима штап и мјери сјенку. Разлику између сјенке и штапа мјери ужетом и нешто записује, а затим исто понови и са својом висином и дужином сјенке.

Након тога нешто рачуна и говори: "Колико је пута моја висина већа (или мања) од дужине моје сјене, толико је пута и висина пирамиде већа (или мања) од дужине њезине сјене!"

ВИСИНА ТАЛЕСА : ДУЖИНА СЈЕНКЕ ТАЛЕСА = ДУЖИНА ШТАПА : ДУЖИНА СЈЕНКЕ ШТАПА

Затим се доносе друге двије које одговарају дужини штапа и висини Талеса.

Талес се чешка по коси, понавља „Хмм“ узима штап и полаже га уз сјенку штапа.

Талес: "Засигурно је дужина сјенке овога штапа једнака његовој дужини. Онда је и дужина моје сјенке једнака мојој висини! Морам се увјерити"  
Талес се пружи поред сјенке да се увјери.

Талес: "Послије овога сигуран сам у једно. Када дужина моје сјене буде једнака мојој висини, тада ће и дужина сјене пирамиде бити једнака висини пирамиде!"

Талес: „Сада морам у Египат!“

Хода кратко у круг, а у међувремено поставља се пирамида. Талес се одмакне од ње мало и посматра, подиже главу као да посматра сунце, гледа сјене које постављају двоје. То остаје кратко, а затим се доносе сјенке које су исте дужине као висина Талеса и половина ивице базе пирамиде. Сјенке требају бити паралелно постављене једна другој. Тада започиње његово мјерење. Ужетом мјери дужине сјенки. Упоредо с тим, на табли се приказује слика.“

Слика 27.



### 3.4. Скупови тачака у равни „Путовање једне кружнице“

Знамо да су редовни часови испланирани на начин да се представи ново градиво, а затим, кроз часове утврђивања, стечена знања и очекиване исходе „провјеравамо“, односно систематизујемо. Неке математичке области су ученицима теже од других. Појмови као што су кружница, тангента, сјечица или тетива, су појмови које не могу да виде око себе него треба да их замисле или нацртају, конструишу. У шестом разреду, потребно је пронаћи начин, методу, којом се том узрасту овакви и слични математички појмови и задаци представљају тако да их разумију и схвате.

Систематизација градива је извршена на један занимљив начин. Ученицима су додијељене улоге: кружница, тангента, сјечица, полупречник, тетива, пречник и припремљен сценариј, који су они прочитавши га и допуњавали на свој начин. Ово је један једноставан приступ, који захтијева само мало труда наставника да осмисли причу и понуди је дјеци да се уз учење и заиграју, слика 29.

## СЦЕНАРИЈ:

„Тангента је сама у учионици, пита се како још увијек нема никога. На врата улази кружница и пита да ли је овдје организовано дружење.

Тангента одговара: Јесте. А ко сте ви?

Кружница: Ја сам скуп тачака у равни које су једнако удаљене од једне тачке коју зовемо центар кружнице. А ви сте?

Тангента: Ја сам тангента, ја вас додирујем у само једној тачки. (поздрављају се)

Кружница: Драго ми је. Видјела сам да испред неко лута, претпостављам да тражи ово исто мјесто.

Тангента: Вјероватно.

На врата задихано улази Полупречник и говори: Извините што касним, ја сам Полупречник. (Поздравља се са Кружницом).

Кружница: Ја сам Кружница.

Полупречник: Ја сам Полупречник, ја спајам сваку вашу тачку са центром кружнице:

Тангента: Ја сам Тангента.

Полупречник: Ја вас додирујем под углом од деведесет степени.

Тангента и Кружница заједно: Драго нам је.

На врата улази Сјечица и говори: Види, види, ту је неки скуп. Чујем да је међу вама Кружница?

Кружница збуњено говори: Да, ја сам Кружница. Ко сте ви?

Сјечица: Ја сам Сјечица, ја вас пресецам у двије тачке. Подиже руку и пресекаче кружницу.

Кружница пада, а остали сем сјечице углас говоре: Тететива, Тетива, помагај!

Тетива утрчава, придиже Кружницу. Кружница збуњено говори: Шта се десило, ко сте ви?

Тетива: Ја сам тетива, ја спајам двије тачке на кружници, вратио сам вас у живот!

Кружница: Хвала вам!

На врата улази Пречник и упознаје се са присутним.

Кружница: Ја сам Кружница.

Пречник: Ја спајам ваше двије тачке, а при том пролазим кроз центар.

Полупречник: Ја сам Полупречник.

Пречник: Дупло сам дужи од тебе.

Тетива: Ја сам тетива.

Полупречник: Ја сам најдужа тетива.

Сви углас: Ми смо скуп тачака у равни.“

У току припремања мале представе, дјеца су сама дошла на идеју да лекције о кружници и њеним елементима представе кроз „стрип“. Настале су сјајне анимиране приче на које смо сви поносни, слика 31.

Циљ је постигнут, мотивација за освајањем нових знања повећала се због начина на који су та знања представљена.

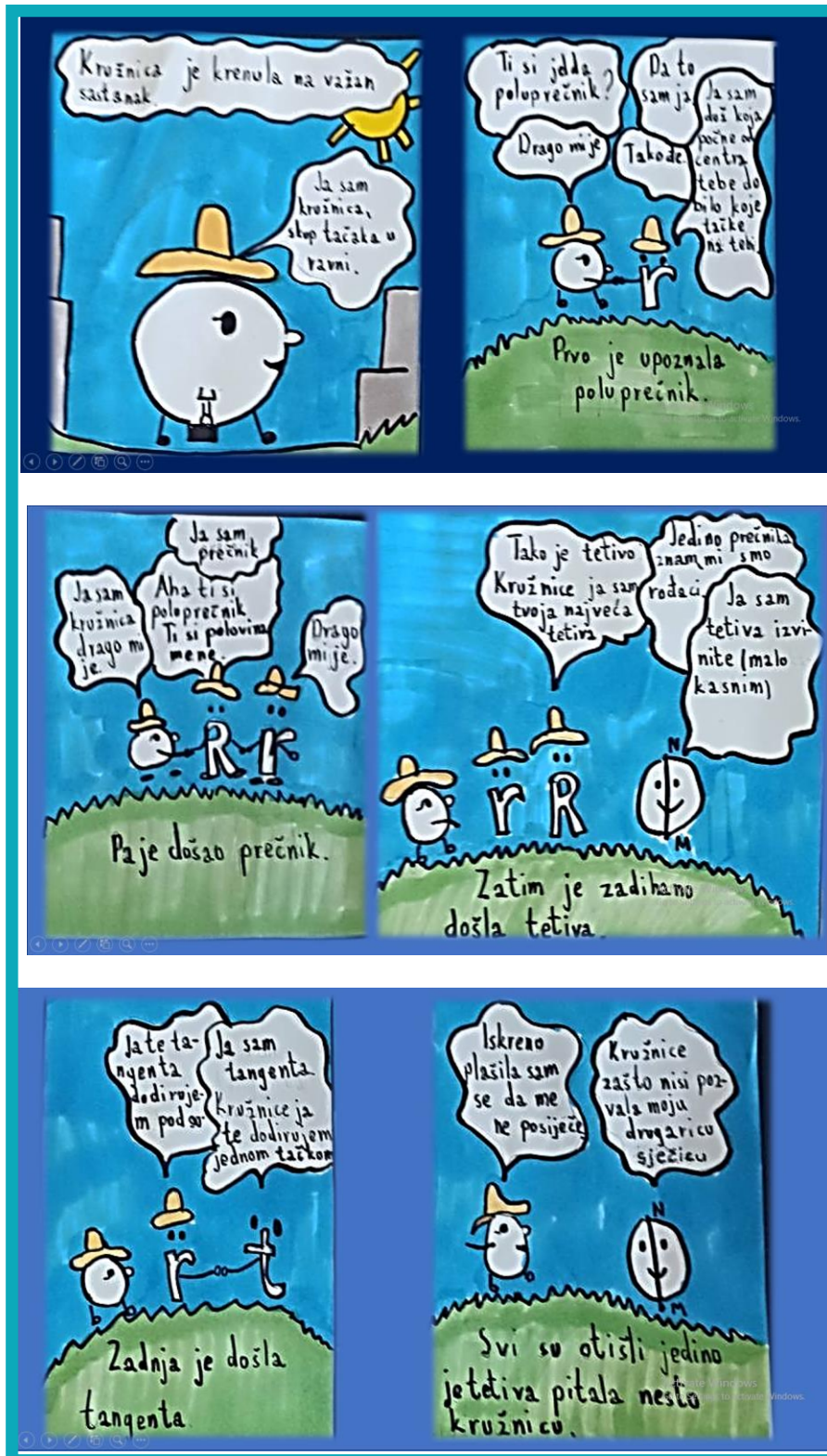
Идеја је бескрајно много, али потребно је покренути машту. Како дјечију, тако и своју.



Слика 29.



Слика 31.



#### 4. Моја породица и математика

Када рад са дјецом постане другачији, када очекивани исходи буду остварени, а све чешће заједно одемо и корак даље, тада сви заједно постајемо учесници процеса усвајања и откривања нових умијећа и сазнања. Онда идемо корак даље... родитељи... Остварити напредак значи укључити све чиниоце у процес који могу повећати мотивацију и жељу за новим сазнањима. Један од најважнијих фактора је родитељ. Тако је и настала радионица за родитеље, односно породице, маме, тате, браћу, сестре... кроз коју се различитим математичким садржајима могло заиграти са свима заједно. Отворила су се још једна врата неопходна за напредак. Ова активност постала је редовна и свака следећа донијела је нове учеснике. Подршка која је веома значајна. Задаци осмишљени кроз игру, удружили су чланове породице, слика 32.

Слика 32.



Ова радионица имала је за циљ да промовише математику као занимљиво истраживачко путовање кроз које треба откривати, анализирати, осмислити одговоре, пронаћи рјешења и склопити занимљиве „танграм“ слагалице. Захтијева учешће свих чланова малих екипа које су састављене од ученика школе и њихових родитеља. Многа дјеца имају млађу или старију браћу и сестре која истовремено иду у школу. Сви имамо такав потенцијал, само је потребно осмислити начин да их удружимо и дамо свој печат породици коју смо окупили. Радионица је трајала два школска часа и дала одличне резултате. Родитељи су на почетку чекали да дјеца направе први корак, да покрену њих. До завршетка радионице родитељи су преузели улогу онога ко покреће и води, отворили су се за договор, сарадњу и пробудили у себи онај такмичарски дух који су имали као дјеца. Дивно је било заједно са њима реализовати планиране активности и чути на крају: “Позовите нас и на следећу радионицу!”



## 5. Да ли смо успјели?

Када радите са дјецом и када то што радите постане ваш позив, а престане бити посао, успјели сте. Управо из тог разлога, све наше праксе које су представљене у овом раду, показују сликом и ријечју да након сваког часа помјерамо границе. Подијелиле смо са вама наша искуства, начин на који размишљамо и могућности реализације идеја. Као резултат, запажамо да су ученици више заинтересовани и мотивисани за рад. То је посебно везано за ученике који долазе на часове додатне наставе. Међутим, учача се да и ученици који раније нису имали интересовање за математику показују активност на часу и жељу да допринесу реализацији пројеката које радимо. Овакав приступ у раду није мотивисао само ученике већ и нас. Сваком новом часу или пројекту приступамо са више ентузијазма и жељом да свој рад унаприједимо. Пред нама су нови пројекти које ћемо дијелити са свима који то желе и свима који цјеложивотно учење виде као инспирацију.

Наставнице математике:

Жељка Ђукић и Стана Кујунџић

# Многогуао





# Звјездобројци



# Математички куќак

