

29. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА

СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (4. март 2023)

IV РАЗРЕД

1. Дужина стране једнакостраничног троугла у систему S_0 у ком троугао мирује је a_0 . Систем S_0 креће се релативистички, брзином u у односу на систем S :

(а) дуж једне од висина троугла;

(б) дуж једне од страна троугла.

За случај (а) и (б) одредити обим троугла у систему S , те за услове $\frac{u}{c} \rightarrow 0$ и $\frac{u}{c} \rightarrow 1$ коментарисати резултат за обим и у (а) и у (б).

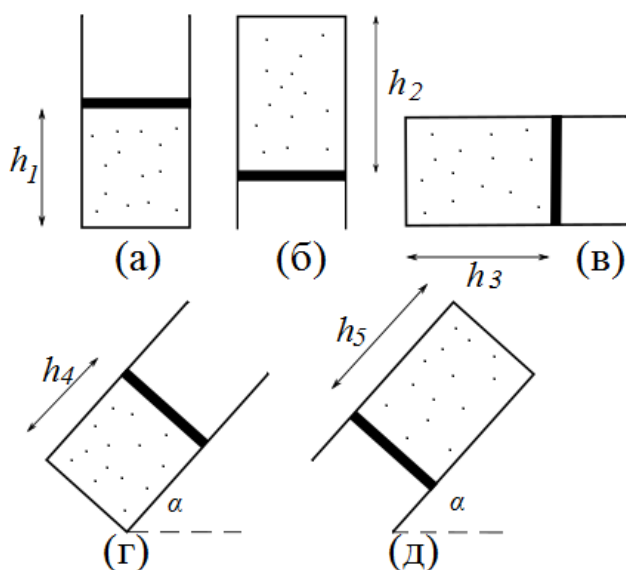
2. У стаклени цилиндар затворена је извјесна количина ваздуха помоћу клипа, који може да клизи без трења дуж цилиндра. Тежина клипа је $Q = 2\text{N}$, а површина његовог попречног пресека је $S = 1\text{cm}^2$.

2.1) Цилиндар је постављен прво у положај (а), а затим у положај (б) као на слици 1. Колики је атмосферски притисак p_a , ако је при овим положајима цилиндра клип удаљен од затвореног краја цилиндра за $h_1 = 30\text{cm}$ и $h_2 = 45\text{cm}$?

Вриједност добијеног атмосферског притиска користити у 2.2) и 2.3).

2.2) Колика је дужина h_3 ваздушног стуба у цилиндру када је он постављен у хоризонтални положај (в)?

2.3) Ако је цилиндар нагнут за угао $\alpha = 45^\circ$, колика је дужина ваздушног стуба h_4 када је затворени стаклени крај цилиндра окренут ка доле у положај (г), а колика је дужина ваздушног стуба h_5 када је затворени стаклени крај цилиндра окренут ка горе као у положају (д)?



слика 1

Температура ваздуха је константна у свим случајевима: (а), (б), (в), (г), (д).

3. Код ког је атома водониковог типа разлика таласних дужина главних линија Балмерове и Лајманове серије једнака $\Delta\lambda = 33,42\text{nm}$? За вриједност Ридбергове константе користити $R = 1,097 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$.

4.(a) Узорак водоникових атома обасјан је свјетлошћу таласне дужине $\lambda = 85.5\text{nm}$ због чега је примијеђено да из узорка излијећу електрони. Колика је кинетичка енергија тих фотоелектрона ако су атоми водоника почетно у основном стању?

(б) Примијеђен је и мањи број електрона кинетичке енергије за 10.2eV веће од израчунате у случају под (а). Колики је главни квантни број енергијског нивоа атома водоника са којег долазе такви електрони?

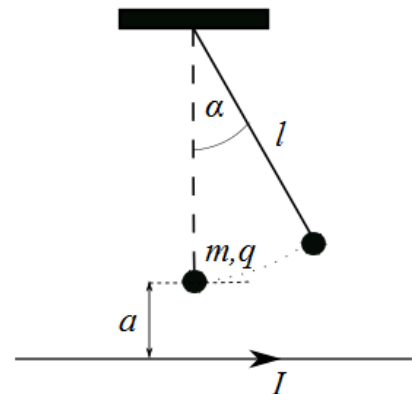
(в) Уколико се јон Be^{3+} у коме су енергије допуштених стања електрона дате изразом $E_n = \frac{-218\text{eV}}{n^2}$ (гдје је n главни квантни број који може узимати вриједности $n = 1, 2, 3, \dots$) обасја истом таласном дужином као водоник из (а) одредити најмањи главни квантни број n који одговара допуштеном енергијском стању јона берилијума са ког се може избацити електрон из јона. Колика је брзина електрона након избацивања са тог стања? Константе: Планкова константа $h = 6.626 \cdot 10^{-34}\text{Js}$, брзина свјетлости $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и маса електрона $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

5. Наелектрисана куглица математичког клатна чија је дужина $l = 1\text{m}$ изведе се из равнотежног положаја за угао $\alpha = 30^\circ$ и пусти да осцилује. Куглица осцилује изнад праволинијског проводника кроз који протиче стална струја јачине $I = 100\text{A}$, при чему је $a = 1\text{cm}$ (слика 2).

(а) Колики је износ Лоренцове силе која дјелује на куглицу када се она нађе у најнижем положају и какав је тад њен смјер при кретању налијево?

(б) Колика је сила затезања нити на коју је закачена куглица, када се она налази у најнижем положају при кретању налијево?

Маса куглице је $m = 0.1\text{g}$, а наелектрисање $q = +10\text{mC}$. Вриједност магнетне пермеабилности вакуума износи $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$.



слика 2

Задатке припремио: мр Бојан Ковачевић, ПМФ Бања Лука

Рецензент: проф.др Душанка Марчетић, ПМФ Бања Лука

Рјешења за IV разред

1.(a) Дужина странице троугла која је окомито оријентисана на правац кретања једнака је у оба система:

$$(BC)_S = (BC)_{S_0} = a_0.$$

У правцу кретања висина једнакостраничног троугла се скраћује на начин:

$$(AD)_S = (AD)_{S_0} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$(AD)_S = \frac{a_0 \sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \text{ што за последицу}$$

има

$$(AC)_S = \sqrt{(AD)_S^2 + (DC)_S^2},$$

$$(AC)_S = \frac{a_0}{2} \sqrt{4 - 3 \frac{u^2}{c^2}}.$$

Како су тјемена троугла B и C симетрична око правца x -осе, који се подудара са правцем релативне брзине, ова тјемена ће остати симетрична у систему S , те је обим троугла у систему S :

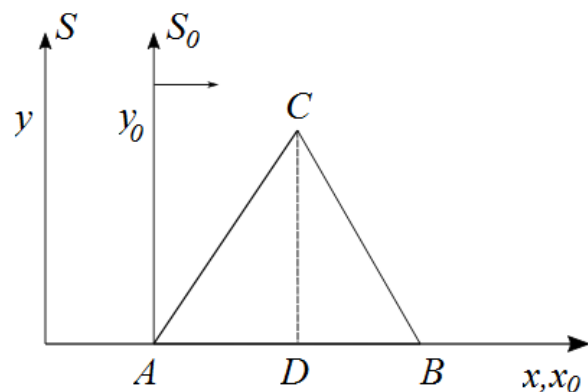
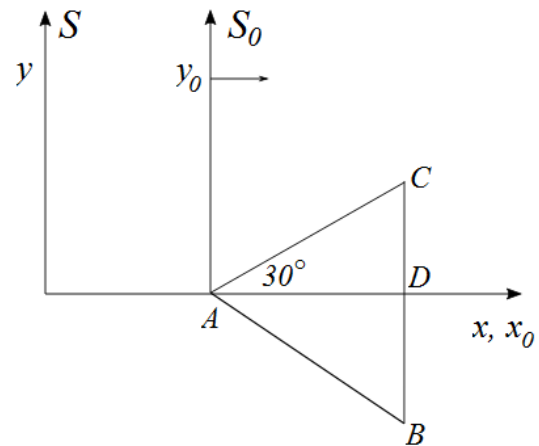
$$O_S = 2(AC)_S + (BC)_S,$$

$$O_S = a_0 \left(1 + \sqrt{4 - 3 \frac{u^2}{c^2}} \right).$$

При брзинама u таквим да $\frac{u}{c} \rightarrow 0$ добија се да је $O_S = 3a_0$, односно за овакве релативне брзине обим троугла је једнак у оба система. Када $\frac{u}{c} \rightarrow 1$ тада је $O_S = 2a_0$ што би значило да $\sphericalangle CAB \rightarrow 180^\circ$, при чему се дужине странице AC и AB у систему S редукују у своје вертикалне (на правац кретања) пројекције.

$$(DC)_S = (DC)_{S_0} = \frac{a_0 \sqrt{3}}{2}.$$

За дужину странице троугла чији се правац поклапа са правцем релативне брзине вриједи:



$$(AB)_S = (AB)_{S_0} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (*) \text{ или } (AD)_S = (AD)_{S_0} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (**),$$

$$(AB)_S = a_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (***) \text{ или } (AD)_S = \frac{a_0}{2} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (***)$$

За дужину странице CA (такође аналогно и за дужину странице BC)

$$\text{добија се } (CA)_S = \sqrt{(AD)_S^2 + (DC)_S^2}, (CA)_S = \frac{a_0}{2} \sqrt{4 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Обим троугла у систему S је: $O_S = 2(CA)_S + (AB)_S,$

$$O_S = a_0 \left(\sqrt{4 - \frac{u^2}{c^2}} + \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right).$$

При брзинама u таквим да $\frac{u}{c} \rightarrow 0$ добија се да је $O_S = 3a_0$, односно за овакве релативне брзине обим троугла је једнак у оба система. Када $\frac{u}{c} \rightarrow 1$ тада је $O_S = a_0 \sqrt{3}$.

2. При константној температури на основу Бојл-Мариотовог закона производ притиска и запремине одређене количине гаса има константну вриједност односно $pV = \text{const}$ тј. $p_1 V_1 = p_2 V_2 = \dots$.

2.1) Када се цилиндар постави у положај (а) притисак ваздуха је $p_1 = p_a + \frac{Q}{S}$ и запремина $V_1 = Sh_1$. Када се цилиндар постави у положај (б) притисак ваздуха је $p_2 = p_a - \frac{Q}{S}$ и запремина $V_2 = Sh_2$. На основу Бојл-Мариотовог закона $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow p_a = \frac{Q}{S} \frac{h_2 + h_1}{h_2 - h_1} \Rightarrow p_a = 100\,000 \text{ Pa}$.

2.2) Када се цилиндар налази у хоризонталном положају притисак ваздуха једнак је атмосферском $p_3 = p_a$, а његова запремина је $V_3 = Sh_3$.

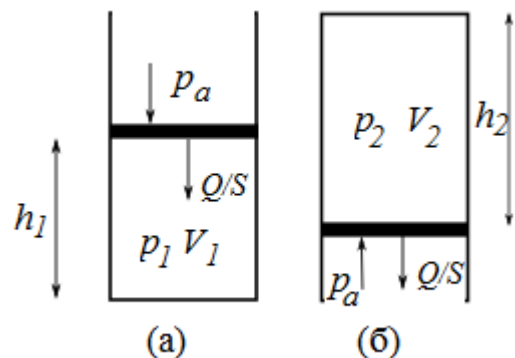
Примјењујући Бојл-Мариотов закон на положаје

$$(а) \text{ и } (в) \quad p_1 V_1 = p_3 V_3 \text{ тј. } (p_a + \frac{Q}{S}) Sh_1 =$$

$$p_a Sh_3 \Rightarrow h_3 = \frac{h_1}{p_a} \left(p_a + \frac{Q}{S} \right), h_3 = 0,36 \text{ m}.$$

(До вриједности за h_3 се може доћи и примјеном Бојл-Мариотовог закона на положаје (б) и (в)

$$p_2 V_2 = p_3 V_3 \text{ тј. } (p_a - \frac{Q}{S}) Sh_2 = p_a Sh_3 \Rightarrow h_3 = \frac{h_2}{p_a} \left(p_a - \frac{Q}{S} \right), h_3 = 0,36 \text{ m}.)$$

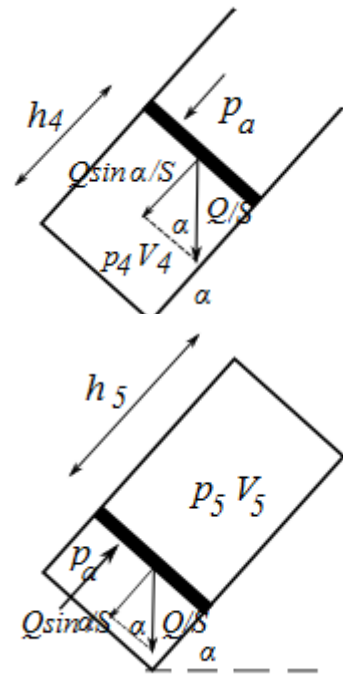


2.3) За положај (г) притисак ваздуха у цилиндру је $p_4 = p_a + \frac{Q}{S} \sin \alpha$ и запремина $V_4 = Sh_4$.

Примјењујући Бојл-Мариотов закон на положаје (в) и (г)
 $p_3 V_3 = p_4 V_4$ тј. $p_a S h_3 = (p_a + \frac{Q}{S} \sin \alpha) S h_4 \Rightarrow h_4 = \frac{p_a h_3}{p_a + \frac{Q}{S} \sin \alpha}$,
 $h_4 = 0,315 \text{ m}$.

За положај (д) притисак ваздуха у цилиндру је $p_5 = p_a - \frac{Q}{S} \sin \alpha$ и запремина $V_5 = S h_5$. Примјењујући Бојл-Мариотов закон на положаје (в) и (д) $p_3 V_3 = p_5 V_5$ тј.
 $p_a S h_3 = (p_a - \frac{Q}{S} \sin \alpha) S h_5 \Rightarrow h_5 = \frac{p_a h_3}{p_a - \frac{Q}{S} \sin \alpha}$, $h_5 = 0,419 \text{ m}$.

Уколико су h_4 и h_5 у 2.3) добијене правилном примјеном Бојл-Мариотовог закона на другу комбинацију положаја цилиндра бодовати са максималним бројем бодова.



3. Да бисмо ријешили овај задатак користимо

Ридбергову формулу за водонику сличне атоме $\frac{1}{\lambda} = Z^2 R (\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$

Главна линија Балмерове серије настаје електронским прелазом $n_i = 3 \rightarrow n_f = 2$, те је

$$\frac{1}{\lambda_B} = Z^2 R (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}) \Rightarrow \lambda_B = \frac{36}{5Z^2 R}$$

Главна линија Лајманове серије настаје при прелазу $n_i = 2 \rightarrow n_f = 1$, те је

$$\frac{1}{\lambda_L} = Z^2 R (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) \Rightarrow \lambda_L = \frac{4}{3Z^2 R}$$

Обзиром да је $\lambda_B > \lambda_L \Rightarrow \Delta \lambda = \lambda_B - \lambda_L$, $\Delta \lambda = \frac{88}{15Z^2 R} \Rightarrow Z = \sqrt{\frac{88}{15\Delta \lambda R}}$, $Z = 4$ (ријеч је о троструко јонизованом атому берилијума).

4. (а) Спектар допуштених енергија електрона у водониковом атому дат је са $E_n = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2}$ (гдје n узима вриједности $n = 1, 2, 3, \dots$).

Када електрон у основном стању ($n = 1$, $E_1 = -13.6 \text{ eV}$) апсорбује фотон таласне дужине λ (енергије $\frac{hc}{\lambda} = 14.53 \text{ eV}$, која је већа од енергије јонизације) кинетичка енергија избаченог електрона је $E_k = E_1 + \frac{hc}{\lambda}$, $E_k = 0.93 \text{ eV}$.

(б) $E_k' = 10.2 \text{ eV} + 0.93 \text{ eV} = 11.3 \text{ eV}$.

$$E_n = E_k' - \frac{hc}{\lambda}, \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2} = -3.4 \text{ eV} \Rightarrow n = 2$$

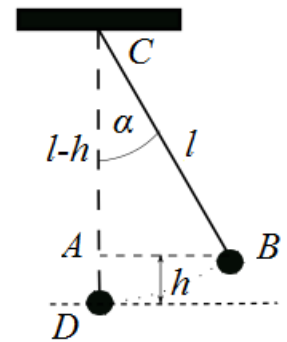
(в) Допуштене енергије електрона у јону Be^{3+} су: $E_1 = -218\text{eV}$, $E_2 = -54.5\text{eV}$, $E_3 = -24,2\text{eV}$, $E_4 = -13.6\text{eV}$...

Наведени фотон може избацити електрон тек из стања $n = 4$, при чему је брзина избаченог електрона $v = \sqrt{\frac{2}{m_e} \left(\frac{hc}{\lambda} + E_4 \right)}$ гдје је $E_4 = -13.6\text{eV}$, те је $v = 0.57 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5. (а) Магнетна индукција има смјер окомит из равни цртежа у свакој тачки равни.

Лоренцова сила $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ која дјелује на наелектрисање у најнижој тачки путање са брзином налијево, усмјерена је вертикално навише. Износ Лоренцове силе која дјелује на наелектрисање у најнижој тачки је $F_L = qvB$. Магнетна индукција у најнижем положају куглице је $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$, $B = 2 \cdot 10^{-3}\text{T}$.

Магнетна сила не утиче на интензитет брзине, тако да можемо примјенити закон одржања механичке енергије на положаје В и D, $\frac{mv^2}{2} = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$, гдје се h из троугла ABC може изразити преко познатих величина l и α на начин $h = l(1 - \cos \alpha)$, те се коначно за брзину добија $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$, $v = 1.62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Износ Лоренцове силе је $F_L = 3.24 \cdot 10^{-5}\text{N}$.



(б) На куглицу (у неинерцијалном систему везаном за њу) у најнижем положају дјелују вертикално навише Лоренцова сила F_L и сила затезања нити T , док вертикално наниже дјелују сила теже $mg = 9.81 \cdot 10^{-4}\text{N}$ и инерцијална центрифугална сила $F_C = \frac{mv^2}{l}$, $F_C = 2.62 \cdot 10^{-4}\text{N}$.

Сила затезња нити у најнижој тачки је: $T = mg + F_C - F_L$, $T = 1.2 \cdot 10^{-3}\text{N}$.