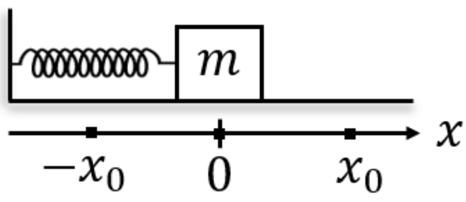
28. ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (11. март 2023)

IX РАЗРЕД

1. Тијело масе $m = 200$ g је окачено за један крај опруге и може да се креће по хоризонталној подлози без трења као што је приказано на слици 1. Позиција тијела је приказана на x оси, а са $x_0 = 10$ cm је означена амплитуда његових осцилација. Фреквенција слободних осцилација је $\nu = 0{,}25$ Hz, а укупна енергија механичког осцилатора је $E_u = 10$ J. Одредити:
(а) периоду осциловања тијела T,
(б) пут који тијело пређе за вријеме $t = 10$ s ако своје кретање започне из десног амплитудног положаја, $x(0) = x_0$,
(в) максималну брзину кретања тијела $v_{\max}$,
(г) брзину тијела v у тренутку када је његова потенцијална енергија у односу на равнотежни положај три пута већа од кинетичке.



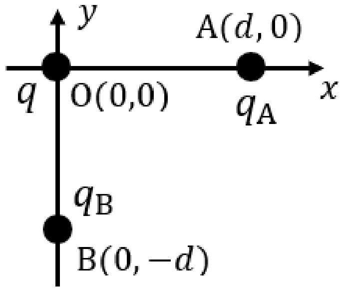
Слика 1.

2. Брзина звука у ваздуху у зависности од температуре ваздуха t у °C се може аналитички представити као $c(t) = 20 \cdot \sqrt{273 + t}\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$. Израчунати $\Delta\lambda$ за колико се разликују таласна дужина звучног таласа фреквенције $\nu = 20$ kHz на врху Огорјелица, највишем врху Јахорине, гдје температура ваздуха износи $t_{\mathrm{O}} = -17$ °C и у Требињу гдје је температура $t_{\mathrm{T}} = 16$ °C.

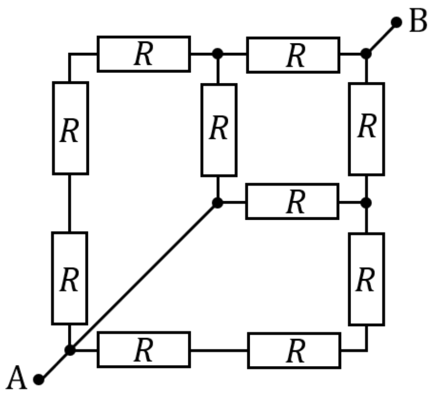
3. Три тачкаста наелектрисања $q = 50$ nC, $q_{\mathrm{A}} = 60$ nC и $q_{\mathrm{B}} = -80$ nC су постављена у тачкама $\mathrm{O}(0,0)$, $\mathrm{A}(d, 0)$ и $\mathrm{B}(0, -d)$ Декартовог координатног система као што је приказано на слици 2, при чему је вриједност d позната и износи $d = 1$ cm. Одредити:
(а) интензитет електричне силе којом наелектрисања q_{A} и q_{B} дјелују једно на друго,
(б) интензитет резултујуће електричне силе којом наелектрисања q_{A} и q_{B} дјелују на наелектрисање q.

4. Одредити еквивалентну отпорност између тачака A и B за мрежу отпорника приказану на слици 3. Отпорности свих отпорника су једнаке и износе $R = 560\ \Omega$.

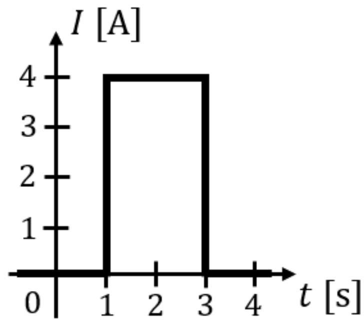
5. Јачина струје кроз праву, проводну жицу начињену од легуре никла, хрома и гвожђа отпорности $R = 5\ \Omega$ зависи од времена као на слици 4. Израчунати:
(а) количину наелектрисања q која протекне кроз жицу од тренутка $t_0 = 0$ до тренутка $t_4 = 4$ s,
(б) електрични рад A претворен у топлоту у жици у том интервалу времена,
(в) специфичну отпорност легуре од које је жица начињена ако је њена дужина $d = 10$ m, а површина попречног пресјека $S = 1\ \mathrm{mm}^2$.



Слика 2.



Слика 3.



Слика 4.

Напомена: у рјешавању задатака користити да је Кулонова константа $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}$

Задатке припремио: *Борис Баришић*, Електротехнички факултет у Београду
Рецензент: Академик проф. др *Јован Шетрајчић*, дипл. физ.

1. $m = 200\ \mathrm{g} = 0{,}2\ \mathrm{kg},\ x_0 = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}1\ \mathrm{m}, \nu = 0{,}25\ \mathrm{Hz}, E_\mathrm{u} = 10\ \mathrm{J}, t = 10\ \mathrm{s}, T = ?, s = ?, v_\mathrm{max} = ?, v = ?$

(а) Период осциловања тијела је $T = \frac{1}{\nu}$ односно $T = 4\ \mathrm{s}$.

(б) Тијело се креће између два амплитудна положаја. Полазећи из десног амплитудног положаја тијело се након времена од једне периоде T враћа поново у исти положај и при томе прелази пут $s_\mathrm{T} = 4x_0$ (1) . Како се од нас тражи пут који тијело прелази током времена $t = 2{,}5T$ то значи да је тијело направило двије пуне осцилације и половину треће тј. дошло у лијеви амплитудни положај па је његов укупан пређени пут једнак $s = 2s_\mathrm{T} + \frac{1}{2}s_\mathrm{T} = 2{,}5s_\mathrm{T}$ (2) . Замјеном (1) у (2) добијамо да је $s = 10x_0$ односно $s = 1\ \mathrm{m}$.

(в) У равнотежном положају тијело има највећу брзину, па самим тим и највећу кинетичку енергију $E_\mathrm{k,max} = \frac{1}{2}mv_\mathrm{max}^2$ (3) , док му је потенцијална енергија тада једнака нули. Из закона одржања енергије слиједи $E_\mathrm{k,max} = E_\mathrm{u}$ (4) . Замјеном (3) у (4) добијамо $v_\mathrm{max} = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{u}}{m}}$ односно замјеном бројних вриједности $v_\mathrm{max} = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(г) На основу закона одржања енергије мора да важи $E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p} = E_\mathrm{u}$ (5) , а по услову задатка $E_\mathrm{p} = 3E_\mathrm{k}$ (6) . Замјеном (6) у (5) добијамо да је $4E_\mathrm{k} = E_\mathrm{u}$. Како је $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$ за брзину у траженом положају добијамо $v = \sqrt{\frac{E_\mathrm{u}}{2m}}$ односно $v = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

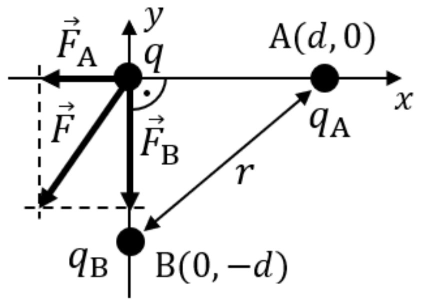
2. $c(t) = 20 \cdot \sqrt{273 + t} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right], \nu = 20\ \mathrm{kHz} = 20\,000\ \mathrm{Hz}, t_\mathrm{O} = -17\ ^\circ\mathrm{C}, t_\mathrm{T} = 16\ ^\circ\mathrm{C}, \Delta\lambda = ?$

Таласна дужина звучног таласа зависи од брзине као $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Брзина ваздуха на врху Огорјелица је $c_\mathrm{O} = 20 \cdot \sqrt{273 + t_\mathrm{O}}$ односно $c_\mathrm{O} = 320\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, па је таласна дужина таласа $\lambda_\mathrm{O} = 16\ \mathrm{mm}$. Брзина ваздуха у Требињу је $c_\mathrm{T} = 20 \cdot \sqrt{273 + t_\mathrm{T}}$ односно $c_\mathrm{T} = 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, па је дужина таласа $\lambda_\mathrm{T} = 17\ \mathrm{mm}$. Тражена разлика између таласних дужина звучног таласа је $\Delta\lambda = \lambda_\mathrm{O} - \lambda_\mathrm{T}$ односно $\Delta\lambda = -1\ \mathrm{mm}$, што значи да је таласна дужина звучног таласа на Огорјелици за 1 mm мања од таласне дужине звучног таласа у Требињу.

Напомена: резултат $\Delta\lambda = \lambda_\mathrm{T} - \lambda_\mathrm{O}$ односно $\Delta\lambda = 1\ \mathrm{mm}$ признати као тачан.

3. $q = 50 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C},\ q_\mathrm{A} = 60 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}, q_\mathrm{B} = -80 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}, d = 10^{-2}\ \mathrm{m}, F = ?, E = ?$

(а) Тачкаста наелектрисања се налазе на координатним осама правоуглог координатног система и од координтаног почетка су удаљена једнако и то $r_\mathrm{A} = r_\mathrm{B} = d$ (1) , па је растојање између наелектрисања $r = d\sqrt{2}$ (2) . Интензитет електричне силе између наелектрисања је $F = k\frac{q_\mathrm{A}q_\mathrm{B}}{r^2}$ (3) . Замјеном (2) у (3) добијамо да је $F = k\frac{q_\mathrm{A}q_\mathrm{B}}{2d^2}$ или замјеном бројних вриједности $F = 216\ \mathrm{mN}$.



(б) Интензитети електричних сила између наелектрисања q и наелектрисања q_A и q_B су $F_\mathrm{A} = k\frac{qq_\mathrm{A}}{r_\mathrm{A}^2}$ (4) и $F_\mathrm{B} = k\frac{qq_\mathrm{B}}{r_\mathrm{B}^2}$ (5) , респективно. Резултујућу електричну силу F добијамо сабирањем вектора сила $\vec{F}_\mathrm{A}$ и $\vec{F}_\mathrm{B}$. Како ова два вектора заклапају прав угао интензитет резултујуће електричне силе је $F = \sqrt{F_\mathrm{A}^2 + F_\mathrm{B}^2}$ (6) . Замјеном (4) и (5) у (6) и на основу (1) добијамо да је $F = k\frac{q}{d^2}\sqrt{q_\mathrm{A}^2 + q_\mathrm{B}^2}$ односно $F = 450\ \mathrm{mN}$.

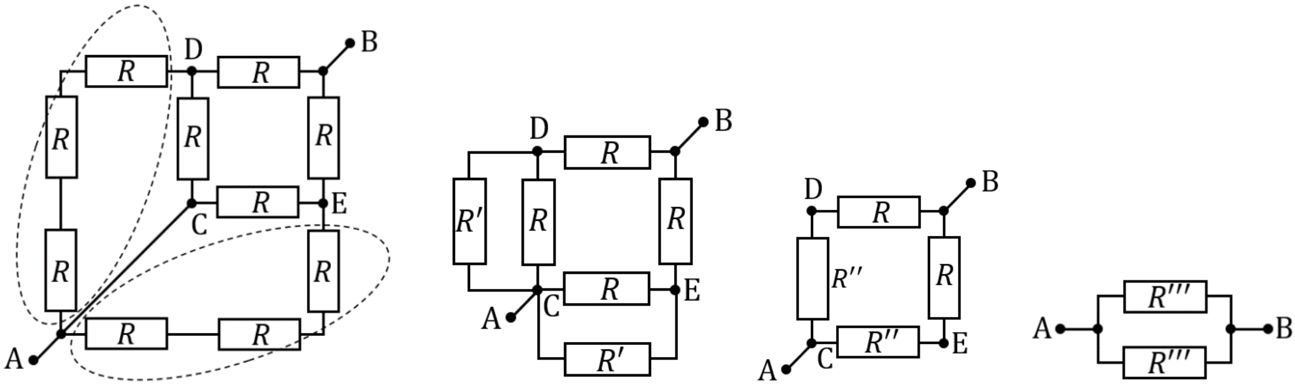
4. $R = 560\ \Omega, R_\mathrm{AB} = ?$

Тачке A и C су кратко спојене, па се налазе на истом потенцијалу. Гране отпорника AD и AE садрже по 3 отпорника везана редно чија је еквивалентна отпорност $R' = R + R + R = 3R$

Гране са отпорницима R' и R су везане паралелно између чворова A и D, односно чворова A и E па се могу замијенити са отпорником R'', отпорности $R'' = \frac{R'R}{R'+R} = \frac{3R^2}{3R+R} = \frac{3R}{4}$

Сада су између чворова А и В двије гране са по два отпорника везана на ред које можемо да замијенимо отпорником R''' чија је отпорност $R''' = R'' + R = \frac{3R}{4} + R = \frac{7R}{4}$

Еквивалентна отпорност између тачака А и В једнака је еквивалентној отпорности два паралелно везнана отпорника исте отпорности R'''. $R_{\mathrm{AB}} = \frac{R'''}{2} = \frac{7R}{8}$, па је коначно $R_{\mathrm{AB}} = 490\ \Omega$.



5. $R = 5\ \Omega, t_0 = 0, t_4 = 4\ \mathrm{s}, l = 10\ \mathrm{m}, S = 1\ \mathrm{mm}^2 = 10^{-6}\ \mathrm{m}^2, q = ?, A = ?, \rho = ?$

(а) Од тренутка $t_1 = 1\ \mathrm{s}$ до тренутка $t_3 = 3\ \mathrm{s}$ кроз жицу протиче ненулта струја интензитета $I = 4$ А. Па је количина наелектрисања која протекне кроз жицу током тог временског интервала $t = t_3 - t_1$ односно $t = 2\ \mathrm{s}$ једнака $q = It$ или замјеном бројних вриједности $q = 8$ С .

(б) Санага топлотних губитака на жици кроз коју протиче ненулта струја је $P = I^2R$, а рад који се претвори у топлоту током времена протицања струје t је $A = Pt$, односно $A = I^2Rt$ или замјеном бројних вриједности $A = 160$ Ј .

(в) Отпорност жице је $R = \rho \frac{l}{S}$ одакле је специфична отпорност $\rho = \frac{RS}{l}$. Замјеном бројних вриједности у претходни израз добијамо да је $\rho = 5 \cdot 10^{-7}\ \Omega\mathrm{m}$.