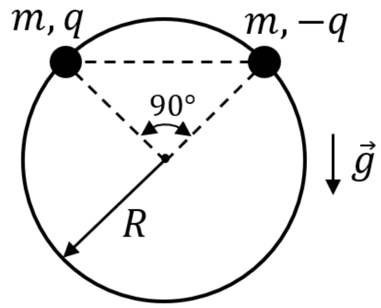
IX РАЗРЕД

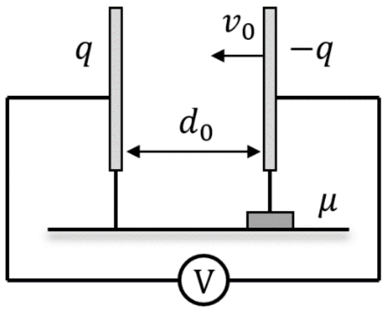
1. Ученик је на један крај лаког конопца дужине $l = 1\ \mathrm{m}$ везао масивну куглицу занемарљивих димензија у односу на дужину конопца. Други крај конопца је држао у руци и пустио куглицу да слободно осцилује у вертикалној равни. Израчунати период овог математичког клатна ако се ученик налази:
   (а) у стању мировања,
   (б) у лифту који се креће вертикално навише убрзањем $a = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,
   (в) у лифту који се креће вертикално наниже убрзањем $a = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

2. Двије мале куглице једнаке масе m могу да клизе у вертикалној равни дуж танког непокретног и непроводног прстена полупречника $R = 3\ \mathrm{cm}$. Након што се обе куглице наелектришу истим количинама наелектрисања $q = 200\ \mathrm{nC}$, али супротног знака, оне заузимају положај на крајевима хоризонталне тетиве којој одговара централни угао од $90°$ као што је приказано на слици 1. Трење између куглица и прстена се може занемарити. Израчунати:
   (а) интензитет електричне силе којом куглице дјелују једна на другу F,
   (б) масе куглица m,
   (в) интензитет силе којом прстен дјелује на сваку куглицу N.



Слика 1.

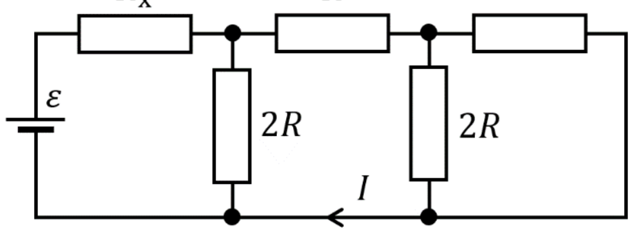
3. Двије једнаке паралелне металне плоче чине кондензатор. Површина сваке плоче је $S = 100\ \mathrm{cm}^2$, а растојање међу њима је $d_0 = 5\ \mathrm{mm}$. Лијева плоча је фиксирана, а десна може да се помјера по хоризонталној подлози. Плоче су наелектрисане једнаким апсолутним количинама наелектрисања $q = 88{,}5\ \mathrm{nC}$, али супротног знака. Између плоча је везан идеални волтметар. Ако се десној плочи саопшти почетна брзина $v_0 = 0{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ у смјеру као на слици 2, одредити минималну U_{min} и максималну U_{max} вриједност напона коју показује идеални волтметар. Коефицијент трења између плоче и подлоге је $\mu = 0{,}5$. Занемарити отпор ваздуха и електростатичку силу којом једна плоча дјелује на другу.



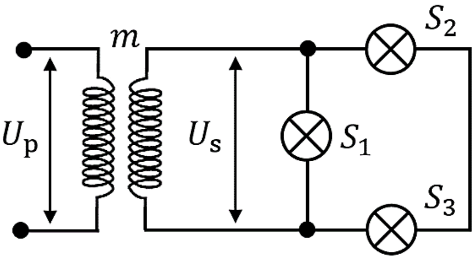
Слика 2.

4. У електричном колу приказаном на слици 3. се налазе отпорници за које је познато $R = 1{,}5\ \mathrm{k\Omega}$ и напонски извор занемарљиве унутрашње отпорности и електромоторне силе $\varepsilon = 12\ \mathrm{V}$. Израчунати непознату отпорност R_{x} тако да јачина струје означене на слици буде $I = 2\ \mathrm{mA}$.

5. Напон на секундарном калему идеалног трансформатора је $U_{\mathrm{s}} = 200\ \mathrm{V}$, а однос броја навојака примарног и секундардног калема $m = \frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{s}}}$ је $m = 50$. На секундарни калем је прикључено електрично коло у ком се налазе три идентичне сијалице као што је приказано на слици 4. Отпорност сваке сијалице износи $R = 400\ \Omega$. Израчунати:
   (а) напон на примарном калему трансформатора U_{p},
   (б) снаге све три сијалице P_1, P_2 и P_3.
   (в) струју која протиче кроз примарни калем трансформатора I_{p}.



Слика 3.



Слика 4.

Напомена: у рјешавању задатака користити: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}$ и $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$.

Задатке припремио: *Борис Баришић*, Електротехнички факултет у Београду
Рецензент: Академик проф. др *Јован Шетрајчић*, дипл. физ.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IX РАЗРЕД

1. $l = 1\ \mathrm{m}, g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, a = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ T_\mathrm{a} =?,\ T_\mathrm{b} =?,\ T_\mathrm{v} =?$

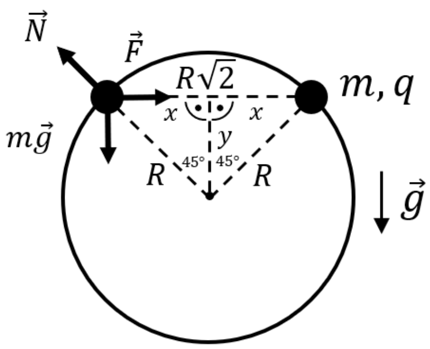
(а) При проласку кроз равнотежни положај за математичко клатно које ученик држи у руци док се налази у стању мировања важи $F_\mathrm{z}^\mathrm{a} = mg$, гдје је F_z^a сила затезања нити, g гравитационо убрзање Земље. Тада је период осциловања овог математичког клатна $T_\mathrm{a} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ односно $T_\mathrm{a} = 1{,}99\ \mathrm{s}$.

(б) Ако се ученик са клатном налази у лифту који се креће **вертикално навише** убрзањем a због дејства инерцијалне силе која има смјер супротан од смјера кретања лифта за клатно при проласку кроз равнотежни положај важи $F_\mathrm{z}^\mathrm{b} = m(g + a)$. На основу дијела под (а) можемо замислити да он држи клатно у руци док се налази у стању мировања на планети чије је гравитационо убрзање $g' = g + a$ па је период осциловања овог математичког клатна $T_\mathrm{b} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$ односно $T_\mathrm{b} = 1{,}74\ \mathrm{s}$.

(в) Ако се ученик са клатном налази у лифту који се креће **вертикално наниже** убрзањем a због дејства инерцијалне силе која има смјер супротан од смјера кретања лифта за клатно при проласку кроз равнотежни положај важи $F_\mathrm{z}^\mathrm{v} = m(g - a)$. На основу дијела под (а) можемо замислити да он држи клатно у руци док се налази у стању мировања на планети чије је гравитационо убрзање $g^\mathrm{v} = g - a$ па је период осциловања овог математичког клатна $T_\mathrm{v} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$ односно $T_\mathrm{v} = 2{,}37\ \mathrm{s}$.

2. $R = 3\ \mathrm{cm} = 3\cdot10^{-2}\ \mathrm{m}, q = 200\ \mathrm{nC} = 2\cdot10^{-7}\ \mathrm{C}, F =?, N =?,\ m =?$

(а) Пошто правац који спаја куглице и правци који спајају куглице са центром прстена формирају једнакокраки правоугли троугао лако се закључује да је растојање између куглица $r = R\sqrt{2}$ (1) . Интензитет електричне силе којом куглице дјелују једна на другу је $F = k\frac{q^2}{r^2}$ (2) . Замјеном (1) у (2) добијамо $F = k\frac{q^2}{2R^2}$ односно $F = 200\ \mathrm{mN}$.



Слика 1.

(б) Због већ поменутог правоуглог троугла важи $x = y = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ (3) , а на основу сличности троуглова $\frac{F}{mg} = \frac{x}{y}$ (4) . Замјеном (3) у (4) добијамо да је $F = mg$ (5) , одакле је $m = \frac{F}{g}$ тј. $m = 20\ \mathrm{g}$.

(в) Пошто куглице мирују у приказаним положајима мора да важи $\vec{F} + m\vec{g} = \vec{N}$ односно у скаларном облику $N = \sqrt{F^2 + (mg)^2}$ што уз (5) даје $N = F\sqrt{2}$ односно $N = 200\sqrt{2}\ \mathrm{mN} \approx 282\ \mathrm{mN}$.

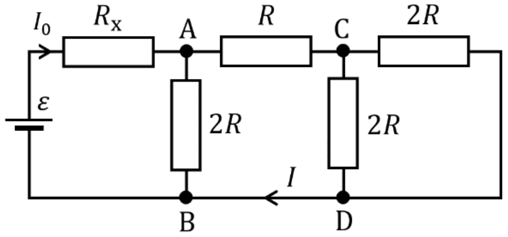
3. $S = 100\ \mathrm{cm}^2 = 10^{-2}\ \mathrm{m}^2, d_0 = 5\ \mathrm{mm} = 5\cdot10^{-3}\ \mathrm{m}, q = 88{,}5\ \mathrm{nC} = 8{,}85\cdot10^{-8}\ \mathrm{C},\ v = 0{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$ $\mu = 0{,}5, U_\mathrm{min} =?, U_\mathrm{max} =?$

Капацитет плочастог кондензатора је $C = \varepsilon_0\frac{S}{d}$ (1) , а ако су његове плоче наелектрисане количинама наелектрисања q супротног знака онда је напон између њих $U = \frac{q}{C}$ (2) . Замјеном (1) у (2) добијамо $U = \frac{qd}{\varepsilon_0 S}$ (3) . Пут који плоча пређе прије него што се заустави је $s = \frac{v_0^2}{2a}$ (4) гдје је $a = \mu g$ (5) . Замјеном (5) у (4) добијамо $s = 4\ \mathrm{mm}$. Како је напон директно пропорционалан растојању између плоча d, јасно је да ће његова вриједност бити минимална када је растојање између плоча $d_\mathrm{min} = d_0 - s$ (6) тј. $d_\mathrm{min} = 1\ \mathrm{mm}$, а максимална када је растојање између плоча $d_\mathrm{max} = d_0$ (7) . Замјеном (6) и (7) у (3) добијамо да је $U_\mathrm{min} = 1\ \mathrm{kV}$, а $U_\mathrm{max} = 5\ \mathrm{kV}$.

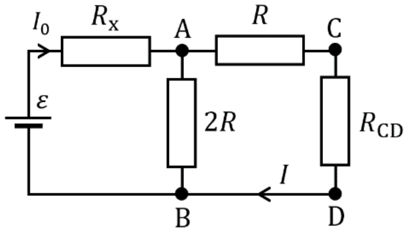
4. $R = 1{,}5\ \mathrm{k\Omega}, \varepsilon = 12\ V, I = 2\ \mathrm{mA}, R_\mathrm{x} =?$

(а) Јачина струје кроз извор је $I_0 = \frac{\varepsilon}{R_\mathrm{e}}$ (1) . Посљедња два отпорника отпорности од по $2R$ су везани паралелно између чворова C и D (слика 2), па је њихова еквивалентна отпорност $R_\mathrm{CD} = \frac{2R\cdot2R}{2R+2R} = R$. Сада су отпорници R и R_CD везани редно између чворова A и D (слика 3), па је еквивалентна отпорност њихове везе $R_{\mathrm{AD}} = R + R_{\mathrm{CD}} = 2R$. Електрично коло се сада значајно поједноставило, па на основу слике 4 еквивалентна отпорност износи $R_{\mathrm{e}} = R_{\mathrm{x}} + \frac{2R \cdot R_{\mathrm{AD}}}{2R + R_{\mathrm{AD}}} = R_{\mathrm{x}} + R$ (2) .

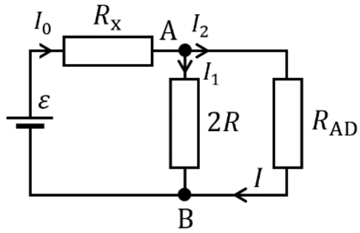
На слици 4. видимо да се струја I_0 у чвору A дијели на I_1 и I_2, па I Кирхофов закон написан за тај чвор гласи $I_0 = I_1 + I_2$ (3). Ове струје протичу кроз паралелно везане отпорнике, а како је напон на паралелној вези отпорника једнак, важи $I_1 2R = I_2 R_{\mathrm{AD}}$ (4). Замјеном да је $R_{\mathrm{AD}} = 2R$ у (4) добијамо $I_1 = I_2$ (5). Струја I_2 је заправо струја I означена на слици уз текст задатака, што уз (3) и (5) даје $I_0 = 2I$ (6). Замјеном (6) у (1) и на основу (2) добијамо $I = \frac{\varepsilon}{2(R_x + R\,)}$. Рјешавањем претходне једначине слиједи $R_{\mathrm{x}} = 1{,}5\ \mathrm{k\Omega}$.



Слика 2.



Слика 3.



Слика 4.

5. $U_{\mathrm{s}} = 200\ \mathrm{V}, m = \frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{s}}} = 50, R = 400\ \Omega, U_{\mathrm{p}} = ?, P_1 = ?, P_2 = ?, P_3 = ?, I_{\mathrm{p}} = ?$

(а) За трансформатор важи $\frac{U_{\mathrm{p}}}{U_{\mathrm{s}}} = \frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{s}}}$ односно $U_{\mathrm{p}} = mU_{\mathrm{s}}$. Замјеном бројних вриједности у претходни израз добијамо $U_{\mathrm{p}} = 10\ \mathrm{kV}$.

(б) Напон на сијалици S_1 је U_{s} па је њена снага $P_1 = \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{R}$ односно $P_1 = 100\ \mathrm{W}$. Сијалице S_2 и S_3 су везане на ред, а напон на крајевима њихове везе је U_{s}, тако да кроз ове двије сијалице тече струја $I_{23} = \frac{U_{\mathrm{s}}}{2R}$ (1). Снага сијалице S_2 је $P_2 = RI_{23}^2$ (2) , а сијалице S_3 $P_3 = RI_{23}^2$ (3) . Замјеном (1) у (2) и (3) добијамо $P_2 = \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{4R}$ и $P_3 = \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{4R}$ односно $P_2 = 25\ \mathrm{W}$ и $P_3 = 25\ \mathrm{W}$.

(в) Јачина струје кроз секундарни калем трансформатора је $I_{\mathrm{s}} = \frac{U_{\mathrm{s}}}{R_{\mathrm{e}}}$ (4) гдје је R_{e} еквивалентна отпорност електричног кола везаног на прикључке секундарног калема. Како електрично коло чине двије сијалице везане на ред, а затим у паралели са трећом важи $R_{\mathrm{e}} = \frac{2R \cdot R}{2R + R}$ односно $R_{\mathrm{e}} = \frac{2R}{3}$ (5) . Замјеном (5) у (4) добијамо струју секундара $I_{\mathrm{s}} = \frac{3U_{\mathrm{s}}}{2R}$ (6). Такође, за трансформатор важи $\frac{I_{\mathrm{s}}}{I_{\mathrm{p}}} = \frac{n_{\mathrm{p}}}{n_{\mathrm{s}}}$ што уз (6) даје $I_{\mathrm{p}} = \frac{3U_{\mathrm{s}}}{2mR}$ односно $I_{\mathrm{p}} = 15\ \mathrm{mA}$.