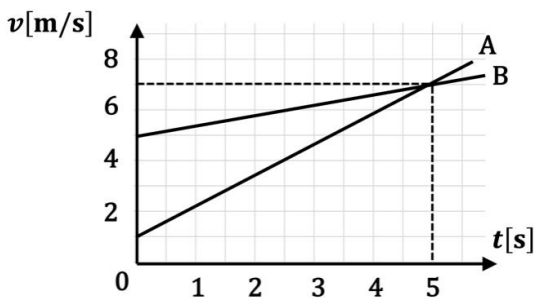
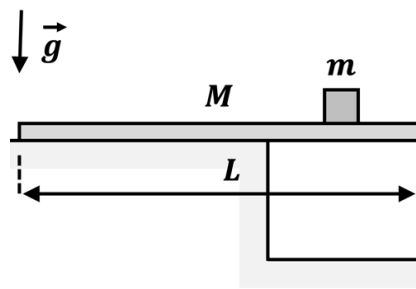


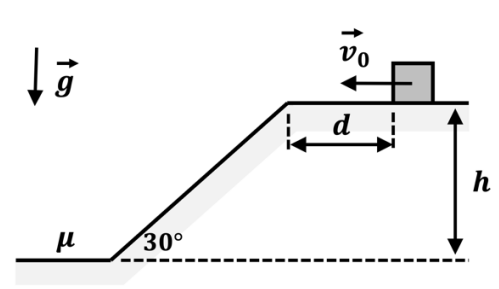
1. Двије материјалне тачке, означене са А и В, истовремено почињу да се крећу из истог положаја, дуж истог правца и у истом смјеру. Интензитети њихових брзина у току времена мијењају се према графицима приказаним на слици 1. (а) Одредите интензитете убрзања тих материјалних тачака. (б) На ком растојању од почетног положаја ће се оне поново сусрести?
2. Хомогена дрвена греда, чија је маса $M = 100 \text{ kg}$ и дужина $L = 10 \text{ m}$, постављена је на ивицу хоризонталног стола (слика 2). Дужина дијела греде који лежи на столу два пута је већа од дужине дијела греде који не додирује површину стола. Одредите максимално растојање, мјерено у односу на лијеви крај греде, на које се може поставити мали тег, масе $m = 80 \text{ kg}$, а да притом греда остане хоризонтална.
3. Истражитељи су примјетили да се на дну мора, на дубини $H = 420 \text{ m}$, налази олупина потонулог брода коју желе да извуку напоље. Олупина се може представити као хомогена коцка, густине $\rho = 1150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, при чему је дужина њене стране $a = 30 \text{ m}$. Коцка се извлачи равномерно из воде под дејством константне вучне силе дизалице коју покреће електромотор са коефицијентом корисног дејства $\eta = 90 \%$. Након што је прошло $t = 18 \text{ min}$ од почетка извлачења, коцка је својом горњом страном додирнула површину воде. Колика је снага електромотора дизалице? Густина морске воде је $\rho_0 = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
4. Док је пливао уз ријеку, Андреј је у једном тренутку испустио лопту и наставио да плива узводно. Након времена $t = 1 \text{ min}$, Андреј се брзо окренуо, и наставио да плива низ ријеку. На растојању $d = 120 \text{ m}$ низводно од мјеста на коме ју је испустио, он је сустигао лопту. Андреј је све вријеме пливао брзином истог интензитета у односу на воду. Колики је интензитет брзине ријеке?
5. Мало тијело се налази на хоризонталној подлози, на висини $h = 58 \text{ cm}$ у односу на тло. У једном тренутку, саопштена му је почетна брзина интензитета $v_0 = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, у правцу и смјеру приказаном на слици 3. Након што је прешло пут дужине $d = 35 \text{ cm}$ по хоризонталној подлози, тијело је наставио да клизи низ стрму раван, а затим поновно прешло на хоризонталну подлогу. Нагибни угао стрме равни је $\alpha = 30^\circ$, а коефицијент трења на свим дијеловима пута је $\mu = 0,3$. Утицај преласка тијела са хоризонталне на стрму раван и обрнуто на његово кретање се може занемарити. (а) Одредите колики је био интензитет брзине тијела на врху стрме равни. (б) На ком растојању од дна стрме равни се тијело коначно зауставило?



Слика 1



Слика 2



Слика 3

У свим задацима, гдје је потребно, узети да је гравитационо убрзање $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Задатке припремила: Јелена Милановић, проф.

Рецензенти: Академик, проф. др Јован Шетрајчић и Страхиња Максимовић, проф.

1. $a_A = ?$, $a_B = ?$, $d = ?$

(а) Почетне брзине прве и друге тачке су $v_{0A} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и $v_{0B} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Након времена $\Delta t = 5 \text{ s}$, обје тачке постижу брзину $v = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Тражена убрзања износе $a_A = \frac{v - v_{0A}}{\Delta t}$ и $a_B = \frac{v - v_{0B}}{\Delta t}$, одакле се коначно добија: $a_A = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ и $a_B = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

(б) Пређени пут прве тачке је дат као $s_A = v_{0A}t + \frac{1}{2}a_At^2$, док за другу важи: $s_B = v_{0B}t + \frac{1}{2}a_Bt^2$. До поновног сусрета, тачке прелазе једнаке путеве, па имамо да је $s_A = s_B$. Одатле се добија да је протекло вријеме до сусрета $t = \frac{2(v_{0B} - v_{0A})}{a_A - a_B} = 10 \text{ s}$. Тражено растојање је $d = v_{0A}t + \frac{1}{2}a_At^2 = 70 \text{ m}$.

2. $M = 100 \text{ kg}$, $L = 10 \text{ m}$, $m = 80 \text{ kg}$, $d = ?$

Услов равнотеже момената сила које дјелују на греду, када се терет налази у датом положају и у односу на тачку О, може се записати као $Mgx = mgy$, одакле је $y = x \frac{M}{m}$. На основу слике 1, видимо да важи $x = \frac{2}{3}L - \frac{1}{2}L = \frac{1}{6}L$ и $d = \frac{1}{2}L + x + y$. Из претходних релација слиједи $y = \frac{M}{6m}L$, одакле коначно добијамо да је $d = \frac{M+4m}{6m}L = 8,75 \text{ m}$.

Напомена: Признати и све друге исправне једначине за равнотежу момената сила које дјелују на греду.

3. $H = 420 \text{ m}$, $a = 30 \text{ m}$, $\rho = 1150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\eta = 90 \% = 0,9$, $t = 18 \text{ min} = 1080 \text{ s}$, $\rho_0 = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $P_m = ?$

Коцка се из воде извлачи равномерно, а то је могуће само ако је $F_v + F_p = mg$, гдје је F_v интензитет вучне силе дизалице. Интензитет силе потиска је $F_p = \rho_0 Vg$. Пут који пређе коцка је, према слици 2, једнак $s = H - a$. Користан рад који изврши дизалица при подизању је $A_k = F_v s$, а пошто су запремина коцке и њена маса дате изразима $V = a^3$ и $m = \rho V$, претходна релација може се записати у облику: $A_k = a^3(\rho - \rho_0)(H - a)g$. Корисна снага је одређена као $P_k = \frac{A_k}{t}$, при чему је коефицијент корисног дејства електромотора дизалице $\eta = \frac{P_k}{P_m}$. Комбинацијом претходних израза добијамо да је тражена снага

$$P_m = \frac{a^3(\rho - \rho_0)(H - a)g}{\eta t} = 12,75 \text{ MW}.$$

Напомена: Користан рад при подизању могуће је одредити и примјеном закона о одржању енергије (ЗОЕ).

4. $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, $d = 120 \text{ m}$, $u = ?$

У референтном систему везаном за обалу, брзина дјечака при кретању узводно је $v_1 = v - u$, а при кретању низводно $v_2 = v + u$, гдје је u интензитет брзине ријеке, а v интензитет Андрејеве брзине у односу на воду. Лопта, коју носи ријека, прелази пут $d = ut$, док дјечак прелази пут $s_1 = v_1 t_1$, при кретању узводно, односно пут $s_2 = v_2(t - t_1)$ при кретању низводно, за вријеме t_1 . Да би Андреј сустигао лопту, треба да важи $s_1 + d = s_2$. На основу претходних релација добијамо да је тражени интензитет брзине ријеке $u = \frac{d}{2t_1}$, односно након замјене бројних вриједности $u = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

5. $h = 58 \text{ cm} = 0,58 \text{ m}$, $v_0 = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $d = 35 \text{ cm} = 0,35 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$, $\mu = 0,3$, $v_1 = ?$, $s = ?$

(а) До преласка на стрму раван, за кретање тијела важи $ma_1 = \mu mg$, што значи да је успорење тијела дато изразом $a_1 = \mu g$. С друге стране, за равномјерно успорено кретање вриједи $v_1^2 = v_0^2 - 2a_1 d$, одакле коначно налазимо $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g d}$, односно $v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(б) Једначина кретања тијела на стрмој равни је $ma_2 = \frac{1}{2}mg - \frac{\sqrt{3}}{2}\mu mg$, одакле се може одредити убрзање тијела: $a_2 = \frac{g}{2}(1 - \mu\sqrt{3})$. Дужина стрме равни, према слици испод, износи $L = 2h$. Квадрат брзине тијела на дну стрме равни је $v_2^2 = v_1^2 + 2a_2 L$, односно $v_2^2 = v_1^2 + 2g(1 - \mu\sqrt{3})h$. Тражено растојање је $s = \frac{v_2^2}{2a_1}$, односно $s = \frac{v_1^2 + 2gh(1 - \mu\sqrt{3})}{2\mu g} = 110 \text{ cm}$.

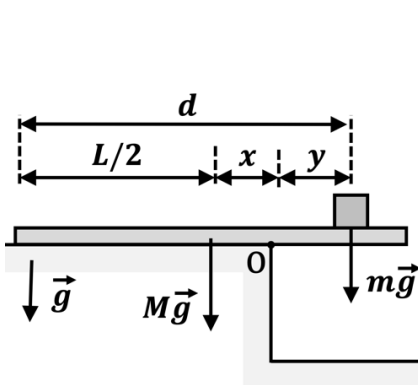
Напомена: Задатак се може једноставно ријешити и примјеном закона о одржању енергије (ЗОЕ), а како очекујемо од ученика и такав приступ у рјешавању, приказаћемо детаљан поступак са бодовањем.

(а) До преласка на стрму раван, висина тијела у односу на тло се не мијења, тако да се не мијења ни његова потенцијална енергија. Укупна промјена енергије је $\Delta E = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ и једнака је раду који изврши сила трења $A_{tr1} = -\mu mg d$. Из услова $\Delta E = A$, слиједи $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g d}$, односно $v_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

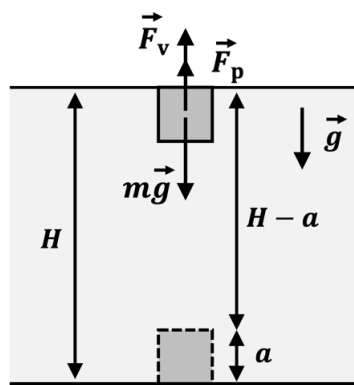
(б) Укупна механичка енергија тијела на врху стрме равни је $E_1 = mgh + \frac{1}{2}mv_1^2$. Укупна енергија у крајњем положају је $E_2 = 0$. Рад силе трења при кретању на стрмој равни је $A_{tr2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\mu mg L$, а на хоризонталној подлози $A_{tr3} = -\mu mgs$. Са слике је очигледно $L = 2h$, а на основу ЗОЕ можемо писати

$E_2 - E_1 = A_{tr2} + A_{tr3}$. Из претходних једначина се добија $s = \frac{v_1^2 + 2gh(1 - \mu\sqrt{3})}{2\mu g} = 110 \text{ cm}$.

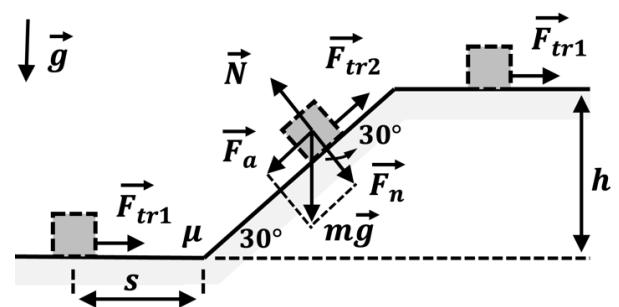
Напомена: Одузети по један поен, од броја предвиђеног за тај корак, ако у изразима за рад силе трења недостаје негативан предзнак. Не давати поене за елементе оба начина рјешавања истог дијела задатка, већ само за један, али тако да је изабрани начин повољнији за ученика.



Слика 1



Слика 2



Слика 3