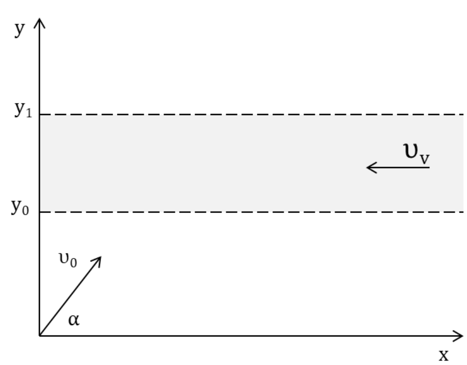
28. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (19. март 2022)

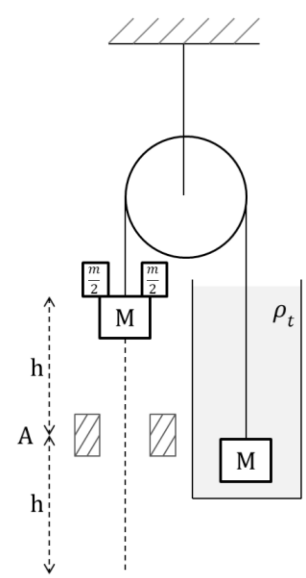
I РАЗРЕД

1. Са површине Земље полијеће моторна летјелица брзином υ_0 под углом α у односу на x-осу и креће се равномјерно. У области између висина y_0 и y_1 дува вјетар брзином $\upsilon_v > \upsilon_0 \cos\alpha$ смјера супротног од x-осе. τ секунди након полијетања батерија на летјелици се испразнила и летјелица наставља да се креће као слободно тијело. Одредити колико далеко од мјеста полијетања ће пасти летјелица? Након колико времена ће се то десити? Сматрати да у тренутку гашења батерије вјетар престаје да дува. Посматрати само случај $y_0 < \upsilon_0 \sin\alpha\, \tau < y_1$.Гравитационо убрзање је g.

2. Систем приказан на слици 2 састоји се од два тега истих маса M повезаних танком неистегљивом нити преко лаког котура. Тегови су направљени од истог материјала густине ρ. Десни тег је уроњен у течност густине $\rho_t < \rho$. У почетном тренутку на лијеви тег, који се налази на висини h у односу на тачку A, поставе се двије плочице укупне масе m које се при пролаку кроз тачку A откаче. Одредити након колико времена ће лијеви тег проћи кроз тачку која се налази h метара испод тачке A. Гравитационо убрзање је g. Занемарити отпор средине.(Помоћ: једначина облика $ax^2 + bx + c = 0$ има рјешења облика $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$)



Слика 1

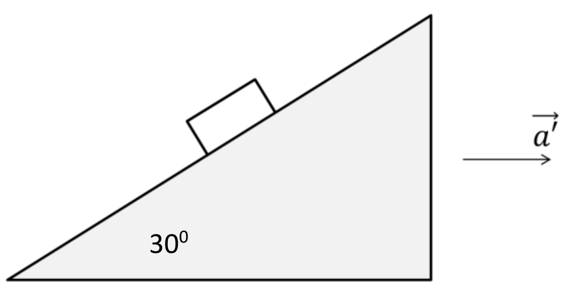


Слика 2

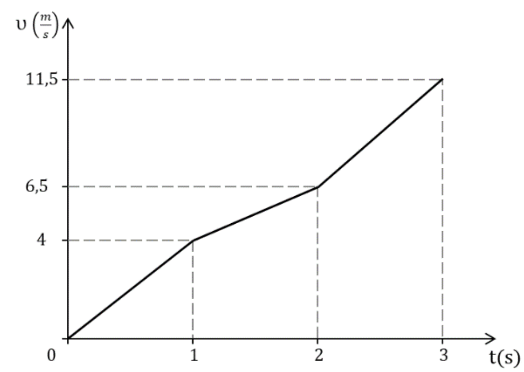
3. Материјална тачка почиње да се креће равномјерно убрзано по кружној путањи без почетне брзине. τ секунди након почетка кретања угао између убрзања и брзине је ϕ. Након колико времена ће се тај угао удвостручити? Колико се пута повећала угаона брзина у односу на тренутак τ?

4. Призма приказана на слици 3 почиње да се креће константним убрзањем $a' = 1\frac{m}{s^2}$ у тренутку $t = 0s$. На призми се налази тијело које клизи низ призму, пролазећи тако кроз области са различитим коефицијентом трења. График зависности брзине тијела од времена приказан је на слици 4. Одредити коефицијенте трења у свакој области и дужину сваке области.

5. На тијело масе m=1,5kg које мирује у глаткој хоризонталној равни у тренутку t=0s почиње да дјелује хоризонтална сила F дуж x-осе. Зависност координате x од времена дата је изразом $x(t) = 10\frac{m}{s}t - 2\frac{m}{s^2}t^2 + 8m$. Одредити зависност силе F и брзине тијела од времена. У ком тренутку се тијело враћа у почетни положај и колики пут је до тада прешло?



Слика 3



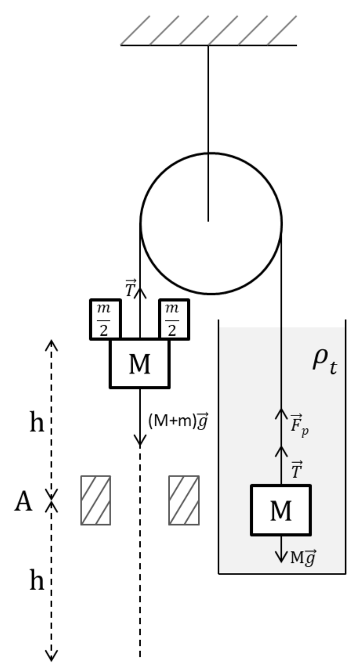
Слика 4

Задатке припремио: Јован Потребић, ФФ Београд
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1. Летјелица у област у којој дува вјетар улети након $t_1 = \frac{y_0}{\upsilon_0 \sin\alpha}$. До тог тренутка помјери се дуж x-осе за $d_1 = \upsilon_0 \cos\alpha\, t_1 = y_0\, ctg\alpha$ удесно . У области у којој дува вјетар(до тренутка гашења батерије) брзина летјелице дуж x-осе је $\upsilon_x = \upsilon_0\cos\alpha - \upsilon_v$ (дакле супротно од смјера x–осе). Након пражњења батерије и престанка дувања вјетра летјелица се креће у складу са законитостима косог хица и то са почетном брзином $\vec{\upsilon} = \overrightarrow{\upsilon_0}$ **.** Вријеме достизања максималне висине је дато изразом $t_z = \tau + \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$, а максимална висина износи $H = \upsilon_0 \sin\alpha\tau + \frac{(\upsilon_0\sin\alpha)^2}{2g}$. Из тога слиједи да је и укупно вријеме лета летјелице дато изразом $t = \tau + \frac{\upsilon_0\sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2\upsilon_0 \sin\alpha\tau}{g} + \frac{(\upsilon_0\sin\alpha)^2}{g^2}}$. Од тренутка t_1 па до тренутка τ летјелица се дуж x-осе креће улијево константном брзином $\upsilon_x = \upsilon_v - \upsilon_0\cos\alpha$ и прелази растојање $d_2 = \upsilon_x(\tau - t_1) = (\upsilon_v - \upsilon_0\cos\alpha)(\tau - \frac{y_0}{\upsilon_0\sin\alpha})$. Након тренутка τ летјелица се до заустављања креће удесно константном брзином $\upsilon_0\cos\alpha$ и пређе пут $d_3 = (\upsilon_0\cos\alpha)(\frac{\upsilon_0\sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{2\upsilon_0\sin\alpha\tau}{g} + \frac{(\upsilon_0\sin\alpha)^2}{g^2}})$ **.**Укупни помјерај летјелице дуж x-осе (тј растојање од почетног положаја дуж x-осе) је $d = \| d_1 - d_2 + d_3 \| = \| \upsilon_0\tau\cos\alpha - \upsilon_v\tau + \frac{\upsilon_v y_0}{\upsilon_0\sin\alpha} + (\upsilon_0\cos\alpha)(\frac{\upsilon_0\sin\alpha}{g} + \sqrt{\frac{\upsilon_0\sin\alpha\tau}{g} + \frac{(\upsilon_0\sin\alpha)^2}{2g^2}})\ \|$

2. Напишимо други Њутнов закон за оба тега. За лијеви тег ће важити $(M+m)a_1 = (M+m)g - T$ док ће за десни тег важити $Ma_1 = F_p + T - Mg$ гдје је $F_p = \rho_t V g$ сила потиска. Сабирањем датих једначина и изражавањем $V = \frac{M}{\rho}$ добијамо израз за убрзање тегова $a_1 = \frac{m + \frac{\rho_t}{\rho}M}{2M+m} g$**.** Лијеви тег ће достићи тачку А након $t_1 = \sqrt{\frac{2h(2M+m)}{\left(m + \frac{\rho_t}{\rho}M\right)g}}$ и имаће брзину $v_1 = a_1 t_1 = \sqrt{\frac{2h\left(m+\frac{\rho_t}{\rho}M\right)g}{2M+m}}$. Пошто се у тачки А плочице откаче важи нови систем једначина из другог Њутновог закона: $Ma_2 = Mg - T$ и $Ma_2 = F_p + T - Mg$. Одатле добијамо да је ново убрзање $a_2 = \frac{\rho_t}{2\rho} g$. Из

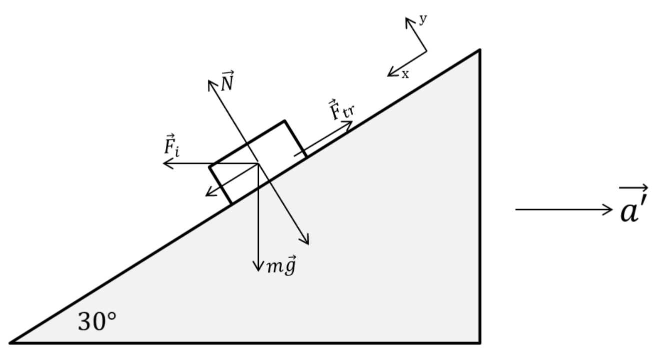


анализе остатка кретања лијевог тега добијамо квадратну једначину $\frac{1}{2}a_2{t_2}^2 + v_1t_2 - h = 0$ чије је рјешење $t_2 = \frac{-v_1+\sqrt{{v_1}^2+2a_2h}}{a_2} = \frac{2\rho}{\rho_t g}\left(\sqrt{\frac{gh\left(m\left(2+\frac{\rho_t}{\rho}\right)+\frac{4\rho_t}{\rho}M\right)}{2M+m}} - \sqrt{\frac{2h\left(m+\frac{\rho_t}{\rho}M\right)g}{2M+m}}\right)$ (Негативно рјешење смо одбацили јер нема физички смисао).

Тражено вријеме је $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2h(2M+m)}{\left(m+\frac{\rho_t}{\rho}M\right)g}} + \frac{2\rho}{\rho_t g}\left(\sqrt{\frac{gh\left(m\left(2+\frac{\rho_t}{\rho}\right)+\frac{4\rho_t}{\rho}M\right)}{2M+m}} - \sqrt{\frac{2h\left(m+\frac{\rho_t}{\rho}M\right)g}{2M+m}}\right)$.

3. Тангенцијално убрзање тачке дато је формулом $a_\tau = \alpha R$. Нормално убрзање тачке зависи од брзине по обрасцу $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$,гдје је $\upsilon = \alpha R t$.Јасно је да важи $tg\varphi = \frac{a_n}{a_\tau}$ одакле слиједи $tg\varphi = \alpha\tau^2 \Rightarrow \alpha = \frac{tg\varphi}{\tau^2}$. Угао 2ϕ се достиже у тренутку t и тада важи $tg2\varphi = \alpha t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{tg2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{tg2\varphi}{tg\varphi}}\tau$. Вријеме након кога се достиже услов задатка је $t - \tau = \left(\sqrt{\frac{tg2\varphi}{tg\varphi}} - 1\right)\tau$. Угаона брзина се повећала $n = \frac{\alpha R t}{\alpha R \tau} = \frac{t}{\tau} = \sqrt{\frac{tg2\varphi}{tg\varphi}}$ пута.

4. Вежимо референтни систем за призму. Пошто се призма креће убрзано, дати систем је неинерцијалан и на тијело на призми ће дјеловати и инерцијална сила $F_i = ma'$. Дијаграм сила које дјелују на тијело приказан је на слици. Распишимо други Њутнов закон по координатама назначеним као на слици. Пошто нема кретања дуж y-осе, важи : $mgcos\alpha = N + ma'sin\alpha$ а за x-осу важи : $ma = mgsin\alpha + ma'cos\alpha - F_{tr}$ гдје је $F_{tr} = \mu N$. Комбиновањем датих једнакости добијамо израз за коефицијент трења $\mu = \frac{a-gsin\alpha-a'cos\alpha}{a'sin\alpha-gcos\alpha}$. Вриједност убрзања тијела се очитава као коефицијент правца линеарних изломљених дијелова графика $a = \frac{v(t_{i+1})-v(t_i)}{t_{i+1}-t_i}, i = 1,2,3$. Дужина области са датим коефицијентом трења једнака је пређеном путу тијела у тој



области, а пређени пут се рачуна као површина испод графика приказаног на слици . Након краћег рачуна добија се $\mu_1 \approx 0{,}22$ $\mu_2 \approx 0{,}41$ $\mu_3 \approx 0{,}1$ $l_1 = 2m$ $l_2 = 5{,}25m$ $l_3 = 9m$

5. I начин: Брзина је по дефиницији $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \frac{10\frac{m}{s}(t+\Delta t)-2\frac{m}{s^2}(t+\Delta t)^2+8m-10\frac{m}{s}t+2\frac{m}{s^2}t^2-8m}{\Delta t} = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}t - 2\frac{m}{s^2}\Delta t$. Како$\Delta t \longrightarrow 0$, сваки члан у претходном изразу који садржи Δt се може занемарити, те је тренутна брзина тијела дата изразом $\upsilon = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}t$. Аналогно је убрзање дефинисано као $a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon(t+\Delta t)-\upsilon(t)}{\Delta t} = \frac{10\frac{m}{s}-4\frac{m}{s^2}(t+\Delta t)-10\frac{m}{s}+4\frac{m}{s^2}t}{\Delta t} = -4\frac{m}{s^2}$. Дакле, дато кретање је равномјерно успорено кретање. Према другом Њутновом закону $F = ma = -6N$. Из једначине положаја тијела закључујемо да је положај тијела у почетном тренутку $x_0 = x(t=0) = 8m$. Решавањем једначине $10\frac{m}{s}t - 2\frac{m}{s^2}t^2 = 0m$добија се вријеме повратка у почетни положај$\tau = 5s$. Укупни пређени пут можемо израчунати као двоструку вриједност пређеног пута које тијело пребрише док се не заустави. Из једначине брзине одређујемо зауставно вријеме тијела $t_z = 2.5s$ одакле пређени пут рачунамо као $s = 2(x(t_z) - x_0) = 25m$

IIначин: Дату једначину кретања по x-оси можемо упордити са једначином равномјерно(убрзаног) успореног кретања $x(t) = x_0 + \upsilon_0 t + at^2$ одакле се очитавају вриједности $x_0 = 8m$ $\upsilon_0 = 10\frac{m}{s}$ $a = -4\frac{m}{s^2}$. Даље се кретање анализира на претходно описани начин.