27. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (2. април 2022)

VIII РАЗРЕД

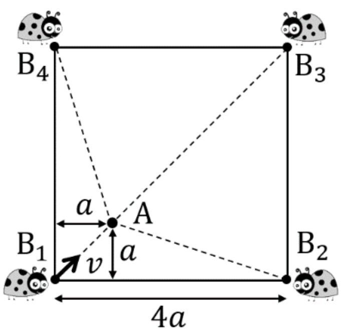
1. Четири бубамаре се налазе у тјеменима квадрата странице $4a$. Бубамаре истовремено почну да се крећу ка тачки A као што је приказано на слици 1. Свака бубамара се креће константном брзином, при чему им се брзине међусобно разликују. Ако је познато да је интензитет брзине бубамаре која полази из тјемена B_1 једнак v, одредити интензитете брзина преосталих бубамара тако да све четири истовремено стигну у тачку A.

2. Трамвај полази из стања мировања и креће се хоризонталном праволинијском путањом од станице A ка станици B, која је удаљена $d = 510\ \mathrm{m}$. Током првих $t_{\mathrm{acc}} = 10\ \mathrm{s}$ трамвај убрзава константним убрзањем $a_{\mathrm{acc}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Након тога се креће константном брзином све док се станици B не приближи на $s_{\mathrm{stop}} = 40\ \mathrm{m}$ и тада почиње да кочи како би се у станици B зауставио. Одредити (а) максималну брзину коју достиже трамвај $v_{\max}$, (б) успорење на зауставном путу a_{stop}, (в) укупно вријеме кретања и (г) средњу брзину трамваја на цијелом путу v_{sr}.

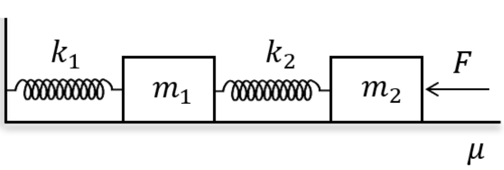
3. На хоризонталној подлози се налазе два блока једнаких маса $m_1 = m_2 = m$ који су повезани двјема опругама коефицијената еластичности $k_1 = k_2 = k$ као што је приказано на слици 2. Коефицијент трења између блокова и подлоге је μ, а опруге су недеформисане. У неком тренутку на блок масе m_2 почиње да дјелује константна хоризонтална сила интензитета $F = F_0$. (а) Одредити сабијања опруга x_1 и x_2 у тренутку када се блокови зауставе. (б) Одредити интензитет силе F тако да сабијања опруга одређена у задатку под (а) задовољавају релацију $\frac{x_2}{x_1} = 2$.

4. Са висине $h = 16\ \mathrm{m}$ је пуштена мала куглица да слободно пада. При судару са подлогом куглица се одбија вертикално навише брзином која је два пута мања од њене брзине непосредно прије судара. Одредити (а) висину h_1 коју куглица достигне након првог судара са подлогом и (б) висину h_2 коју куглица достигне након другог судара са подлогом.

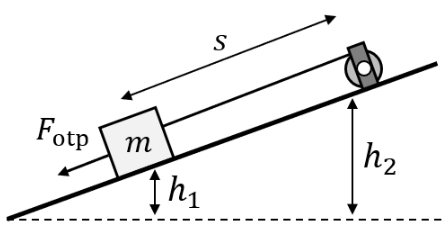
5. Полазна станица гондоле *Пољице* која вози у оквиру *ОЦ Јахорина* се налази на надморској висини $h_1 = 1\,532\ \mathrm{m}$, а излазна станица на надморској висни $h_2 = 1\,877\ \mathrm{m}$. Гондола се креће константном брзином $v = 6{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ и превози скијаше између полазне и излазне станице на дужини од $s = 1\,544\ \mathrm{m}$. На гондолу све вријеме дјелује и сила отпора ваздуха чији је правац паралелан са правцем кретања, а интензитет $F_{\mathrm{otp}} = bv$, гдје је $b = 3\,200\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$ коефицијент отпора, а v брзина кретања. Коефицијент корисног дејства електромотора који покреће гондолу је $\eta = 90\ \%$. Ако се кретање гондоле може моделовати кретањем блока масе $m = 25\ \mathrm{t}$ уз идеално глатку стрму раван димензија планине, а погонски мотор као котур који намотава нит којом се вуче блок (слика 3), одредити снагу мотора гондоле.



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Напомена: у рјешавању задатака користити да је убрзање Земљине теже $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Задатке припремио: *Борис Баришић*, Електротехнички факултет у Београду

Рецензент: Академик. проф. др *Јован Шетрајчић*, дипл. физ.

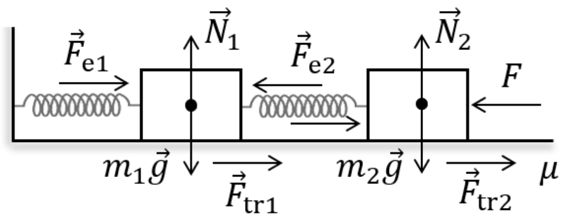
27. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (2. април 2022)

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

1. $4a, v_1 = v, v_2 = ?, v_3 = ?, v_4 = ?$
Вријеме које је бубамари која полази из тјемена $\mathrm{B_1}$ потребно да стигне до тачке А је: $t = \frac{s_1}{v_1}$, гдје је $s_1 = a\sqrt{2}$, односно $t = \frac{a\sqrt{2}}{v}$. За исто вријеме t и преостале три бубамаре стижу до тачке А. Бубамара која полази из тјемена $\mathrm{B_2}$ је од тачке А удаљена: $s_2 = \sqrt{a^2 + (3a)^2}$ тј. $s_2 = a\sqrt{10}$, а њена брзина кретања је: $v_2 = \frac{s_2}{t}$, односно: $v_2 = v\sqrt{5}$. Бубамара која полази из тјемена $\mathrm{B_3}$ је од тачке А удаљена: $s_3 = 3a\sqrt{2}$, а њена брзина кретања је: $v_3 = \frac{s_3}{t}$, односно: $v_3 = 3v$. Бубамара која полази из тјемена $\mathrm{B_4}$ је од тачке А удаљена као и бубамара $\mathrm{B_2}$ па су њихове брзина кретања једнаке, односно: $v_4 = v\sqrt{5}$.

2. $d = 510\ \mathrm{m}, t_{\mathrm{acc}} = 10\ \mathrm{s}, a_{\mathrm{acc}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, s_{\mathrm{stop}} = 40\ \mathrm{m}, v_{\max} = ?, a_{\mathrm{stop}} = ?, t_{\mathrm{u}} = ?, v_{\mathrm{sr}} = ?$
Кретање трамваја можемо подијелити на три дијела: равномјерно убрзано, од брзине $v_0 = 0$ до брзине $v_{\max}$, онда константном брзином $v_{\max}$ и равномјерно успорено од брзине $v_{\max}$ до заустављања.
(а) Максимална брзина коју достиже трамвај је: $v_{\max} = a_{\mathrm{acc}} t_{\mathrm{acc}}$, односно $v_{\max} = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
(б) На трећем дијелу пута трамвај успорава успорењем интензитета: $a_{\mathrm{stop}} = \frac{v_{\max}}{t_{\mathrm{stop}}}$, одакле је вријеме заустављања: $t_{\mathrm{stop}} = \frac{v_{\max}}{a_{\mathrm{stop}}}$ (1) . При успоравању трамвај прелази пут $s = v_{\max} t_{\mathrm{stop}} - \frac{1}{2} a_{\mathrm{stop}} t_{\mathrm{stop}}^2$ (2). Замјеном (1) у (2) добијамо: $a_{\mathrm{stop}} = \frac{v_{\max}^2}{2 s_{\mathrm{stop}}}$ односно $a_{\mathrm{stop}} = 1{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
(в) На првом дијелу пута трамвај прелази пут $s_{\mathrm{acc}} = \frac{1}{2} a_{\mathrm{acc}} t_{\mathrm{acc}}^2$ тј. $s_{\mathrm{acc}} = 50\ \mathrm{m}$. Други дио пута дужине: $s_{\mathrm{const}} = d - s_{\mathrm{acc}} - s_{\mathrm{stop}}$, односно: $s_{\mathrm{const}} = 420\ \mathrm{m}$, прелази за вријеме: $t_{\mathrm{const}} = \frac{s_{\mathrm{const}}}{v_{\max}}$, односно: $t_{\mathrm{const}} = 42\ \mathrm{s}$. На основу (1) добијамо да је вријеме заустављања $t_{\mathrm{stop}} = 8\ \mathrm{s}$. Укупно вријеме кретања трамваја једнако је $t_{\mathrm{u}} = t_{\mathrm{acc}} + t_{\mathrm{const}} + t_{\mathrm{stop}}$, односно $t_{\mathrm{u}} = 60\ \mathrm{s}$.
(г) Средња брзина трамваја једнака је $v_{\mathrm{sr}} = \frac{s_{\mathrm{u}}}{t_{\mathrm{u}}}$, гдје је $s_{\mathrm{u}} = d$, или замјеном бројних вриједности $v_{\mathrm{sr}} = 8{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

3. $m_1 = m_2 = m, k_1 = k_2 = k, \mu, F_0, x_1 = ?, x_2 = ?, F = ?$



(а) Када се блокови зауставе, систем се налази у стању статичке равнотеже. За силе које дјелују у хоризонталном правцу на блок масе m_1 важи: $F_{e1} + F_{tr1} = F_{e2}$ (1) , гдје је $F_{tr1} = \mu N_1$ (2) , а за оне које дјелују на блок масе m_2: $F_{e2} + F_{tr2} = F$ (3) , гдје је $F_{tr2} = \mu N_2$ (4). Слично претходном за силе које на блокове дјелују у вертикалном правцу важи $N_1 = m_1 g$ (5) и $N_2 = m_2 g$ (6) . Еластичне силе којима сабијене опруге дјелују на блокове су једнаке $F_{e1} = k_1 x_1$ (7) и $F_{e2} = k_2 x_2$ (8). Замјеном (2), (4), (5), (6), (7) и (8) у (1) и (3) добијамо: $k_1 x_1 + \mu m_1 g = k_2 x_2$ и $k_2 x_2 + \mu m_2 g = F$, одакле је: $x_1 = \frac{F_0 - 2\mu m g}{k}$ (9) и $x_2 = \frac{F_0 - \mu m g}{k}$ (10).
(б) По услову задатка мора да важи $\frac{x_2}{x_1} = 2$ (11). Замјеном (9) и (10) у (11) добијамо $\frac{\frac{F - \mu m g}{k}}{\frac{F - 2\mu m g}{k}} = 2$ одакле је тражени интензитет силе једнак: $F = 3\mu m g$.
Напомена: уколико ученици усвоје супротан смјер силе трења, све претходне једнакости признати као тачне ако се у њима свако μ замијени са $-\mu$.

4. $h = 16\ \mathrm{m}, h_1 = ?, h_2 = ?$
При слободном паду куглице са висине h она прелази пут $h = \frac{1}{2} g t_{\downarrow 1}^2$ (1) и при удару од подлогу има брзину $v_{\downarrow 1} = g t_{\downarrow 1}$ (2). На основу (1) и (2) добијамо брзину куглице при првом удару од подлогу као $v_{\downarrow 1} = \sqrt{2gh}$. Након судара са подлогом њена брзина је $v_{\uparrow 1} = \frac{v_{\downarrow 1}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$ (3), а максимална висина коју достиже је $h_1 = \frac{v_{\uparrow 1}^2}{2g}$ (4) , замјеном (3) у (4) добијамо $h_1 = \frac{h}{4}$, односно $h_1 = 4\ \mathrm{m}$. Како нема отпора средине, брзина којом се куглица одбила вертикано увис је једнака брзини којом пада на подлогу па је $v_{\downarrow 2} =$

$v_{\uparrow 1} = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$. Након судара са подлогом њена брзина има вриједност једнаку: $v_{\uparrow 2} = \frac{v_{\downarrow 2}}{2} = \frac{1}{4}\sqrt{2gh}$ (5) , а максимална висина коју достиже је $h_2 = \frac{v_{\uparrow 2}^2}{2g}$ (6) , замјеном (5) у (6) добијамо $h_2 = \frac{h}{16}$, односно $h_2 = 1\ \mathrm{m}$.

Напомена: задатак се може ријешити и примјеном закона одржања енергије.

5. $h_1 = 1\ 532\ \mathrm{m}, h_2 = 1\ 877\ \mathrm{m}, v = 6{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, s = 1\ 544\ \mathrm{m},\ b = 3\ 200\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}, \eta = 90\ \% = 0{,}9,$
$m = 25\ \mathrm{t} = 25\ 000\ \mathrm{kg}, P_{\mathrm{m}} = ?$
Потенцијална енергија блока у почетном тренутку једнака је $E_{\mathrm{p}1} = mgh_1$, а у крајњем $E_{\mathrm{p}2} = mgh_2$. Како је брзина блока константна, самим тим има и константну кинетичку енергију, па је промјена укупне механичке енергије блока једнака $\Delta E = E_{\mathrm{p}2} - E_{\mathrm{p}1}$, односно $\Delta E = mg(h_2 - h_1)$ (1). Користан рад A_{k} се утоши на промјену потенцијалне енергије блока ΔE и на савладавање силе отпора ваздуха A_{otp}, тако да важи: $A_{\mathrm{k}} = \Delta E + A_{\mathrm{otp}}$ (2). Рад утрошен за савладавање силе отпора ваздуха једнак је $A_{\mathrm{otp}} = F_{\mathrm{otp}}s$, односно $A_{\mathrm{otp}} = bvs$ (3) . Замјеном (2) и (3) у (1) добијамо да је користан рад једнак $A_{\mathrm{k}} = mg(h_2 - h_1) + bvs$ (4). Корисна снага је $P_{\mathrm{k}} = \frac{A_{\mathrm{k}}}{t}$ (5) , гдје је t вријеме кретања блока и износи $t = \frac{s}{v}$ (6). Коефицијент корисног дејства износи $\eta = \frac{P_{\mathrm{k}}}{P_{\mathrm{m}}}$, па је потребна снага мотора $P_{\mathrm{m}} = \frac{P_{\mathrm{k}}}{\eta}$ (7). Замјеном (5) у (7) и на основу (4) и (6) добијамо $P_{\mathrm{m}} = \frac{v}{\eta}\left(mg\frac{h_2 - h_1}{s} + bv\right)$, односно замјеном бројних вриједности $P_{\mathrm{m}} = 546\ \mathrm{kW}$.