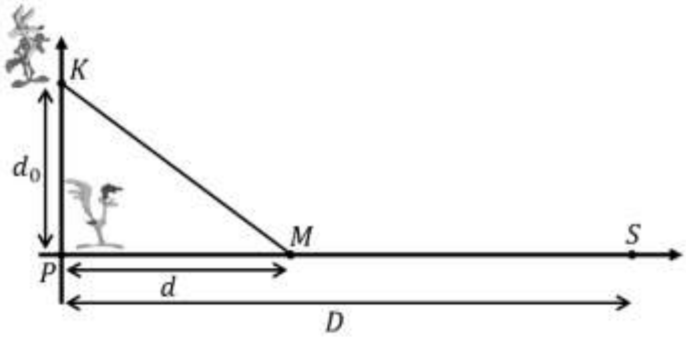
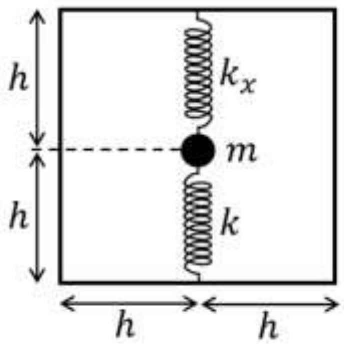
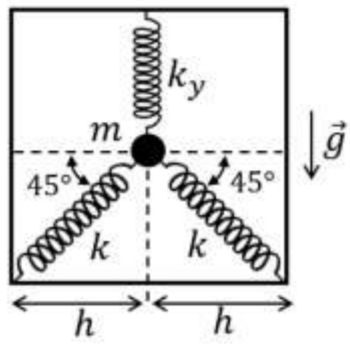
26. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (5. јун 2021)

VIII РАЗРЕД

1. „*Beep, beep...*“ су ријечи Птице Тркачице из чувеног цртаног филма, коју стално покушава да улови подли Којот. У овом задатку ћемо се позабавити кинематиком једног таквог покушаја. Којот, који се налази у тачки K, је примијетио Птицу Тркачицу како праволинијски трчи према тачки S сталном брзином $v_P = 36\ \frac{km}{h}$ у тренутку када се она налазила у тачки P, а њихово међусобно растојање износило $d_0 = 300\ m$. Дуж $\overline{KP}$ која тада спаја Којота и Птицу је нормална у односу на правац кретања Птице. Примијетивши Птицу и Којот почиње да трчи сталном брзином $v_K = v_P$. Којот прво трчи од тачке K до тачке M с надом да ће пресрести Птицу. Међутим, када он стигне у тачку M Птица је већ прошла па он наставља да трчи за њом према тачки S равномјерно убрзано са убрзањем a. Ако су Којот и Птица у тачку S стигли истовремено, одредити убрзање a којим се Којот кретао на дијелу пута $\overline{MS}$. Растојање између тачака P и M је $d = 400\ m$, а између тачака P и S $D = 1\ km$.



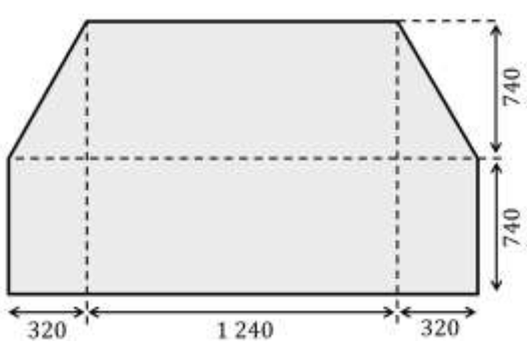


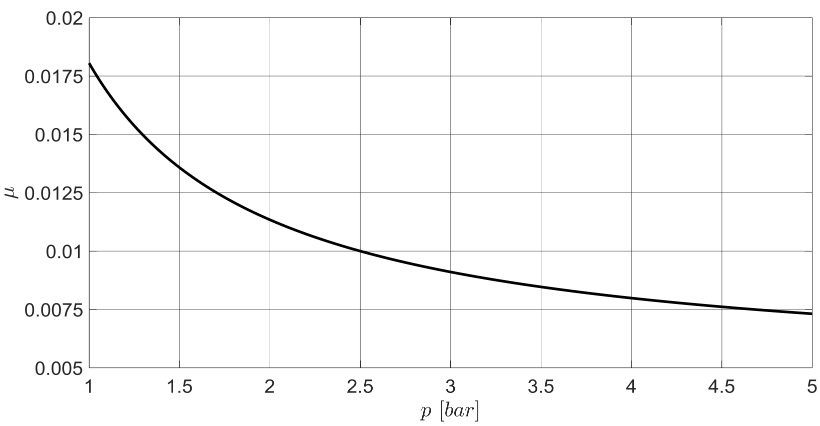


Слика уз задатак 1. *Слика уз задатак 2а* *Слика уз задатак 2б*

2. Мала куглица масе $m = 500\ g$ је постављена унутар непокретног квадратног рама странице $2h$ у вертикалној равни. Куглица је за рам причвршћена лаким опругама малог попречног пресјека на два различита начина као што је приказано на сликама 2а и 2б. Дужина неистегнуте опруге је занемарљива ($l_0 = 0$). За величине означене на слици уз задатак познато је $h = 9{,}81\ cm$ и $k = 100\frac{N}{m}$.
   (а) Израчунати коефицијент еластичности опруге k_x тако да куглица буде у равнотежи у центру рама.
   (б) Израчунати коефицијент еластичности опруге k_y тако да куглица буде у равнотежи у центру рама.

3. Аутомобили су постали саставни дио живота људи. Сматра се да је на свијету тренутно у оптицају више од милијарду аутомобила, а у овом задатку ћемо размотрити неке од њихових особина.
   (а) На слици 3а је приказан попречни пресјек поједностављеног модела аутомобила са назначеним димензијама у mm. Израчунати површину попречног пресјека аутомобила S.





Слика уз задатак 3а *Слика уз задатак 3в*

(б) Кретање аутомобила, укупне масе m, се остварује котрљањем точкова по подлози. Коефицијент трења између подлоге и гума аутомобила је μ. На аутомобил дјелује и сила отпора ваздуха чији је интензитет $F_{otp} = bSv^2$, гдје је b коефицијент отпора ваздуха, S површина попречног пресјека аутомобила, а v његова брзина кретања. Написати израз за убрзање аутомобила ако на њега дјелује вучна сила F_v.

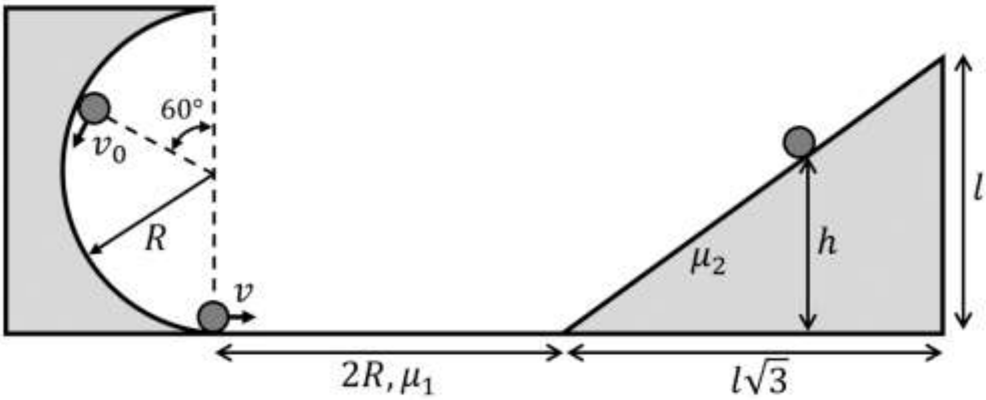
(в) Израчунати којом константном брзином v_{const} аутомобил може да се креће ако је интензитет вучне силе аутомобила $F_v = 570\ N$, маса аутомобила $m = 1{,}8\ t$ и коефицијент отпора ваздуха $b = 0{,}2\frac{Ns^2}{m^4}$. Коефицијент трења између подлоге и гума аутомобила $\mu = \mu(p)$ зависи од притиска ваздуха у гумама, а таква зависност је приказана на слици 3в. Притисак ваздуха у свим гумама је једнак и износи $p = 2{,}5\ bar$.

(г) Вријеме које је потребно да аутомобил из стања мировања убрза до неке брзине v, ако је позната његова крајња брзина v_{const}, износи $t = f(x)$, гдје је $x = \frac{v_{const} + v}{v_{const} - v}$. Вриједности функције $f(x)$ изражене у секундама за поједине вриједности аргумента x представљене су у доњој табели. Израчунати *временску константу аутомобила* T као вријеме које му је потребно за убрзавање из стања мировања до брзине $v = 63\%\ v_{const}$.

Табела уз задатак 3г

x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$	x	$f(x)$
1,00	0,00	2,00	4,68	3,00	7,42	4,00	9,37
1,10	0,64	2,10	5,00	3,10	7,64	4,10	9,53
1,20	1,23	2,20	5,33	3,20	7,86	4,20	9,70
1,30	1,77	2,30	5,63	3,30	8,07	4,30	9,86
1,40	2,27	2,40	5,92	3,40	8,27	4,40	10,00
1,50	2,74	2,50	6,19	3,50	8,46	4,50	10,16
1,60	3,18	2,60	6,46	3,60	8,65	4,60	10,31
1,70	3,59	2,70	6,71	3,70	8,84	4,70	10,46
1,80	3,97	2,80	6,96	3,80	9,02	4,80	10,60
1,90	4,34	2,90	7,19	3,90	9,20	4,90	10,74

4. Куглица занемарљивих димензија је пуштена да се креће по глаткој, непокретној, полукружној подлози полупречника $R = 30\ cm$. Почетна брзина куглице је $v_0 = \sqrt{gR}$, а њен правац је тангентан у односу на подлогу. Угао између праве која спаја куглицу са центром полукруга и вертикале у почетном тренутку износи $60°$. Након што се спусти низ полукружну петљу куглица по хоризонталној подлози прелази пут дужине $2R$, а затим се пење уз непокретну стрму раван висине l и основе $l\sqrt{3}$. Коефицијент трења између куглице и хоризонталне подлоге је $\mu_1 = 0{,}25$, а између куглице и стрме равни $\mu_2 = \frac{1}{8\sqrt{3}}$. Куглица ни у једном тренутку не губи контакт са подлогом, а при кретању по храпавој подлози на њу дјелује само сила трења клизања.
(а) Одредити брзину v коју куглица има на дну полукружне петље у зависности од v_0.
(б) Израчунати висину h на којој ће се куглица зауставити.



Слика уз задатак 4.

5. Топла вода која се у домаћинству потроши за прање посуђа, одјеће и личну хигијену представља битну компоненту у структури потрошње енергије те постоје бројне могућности за унапређење енергетске ефикасности ове категорије потрошача. Једно од могућих рјешења је соларни системи за добијање топле воде који се састоји од соларног колектора површине $S = 2{,}5\ m^2$ и коефицијента искоришћења

$\eta_K = 30\,\%$ и резервоара воде запремине $V = 100\,l$. Вода температуре $t_0 = 15\,°C$ из прикључака градске мреже улази у резервоар гдје се помоћу Сунчеве енергије загријава, а тек онда користи за потребе домаћинства. Просјечан дневни интензитет Сунчевог зрачења (средња вриједност интензитета Сунчевог зрачења током $24\,h$) које пада на колектор износи $I = 180\,\frac{W}{m^2}$, док $\eta_G = 10\,\%$ укупне енергије која се преда резервоару представља топлотне губитке.

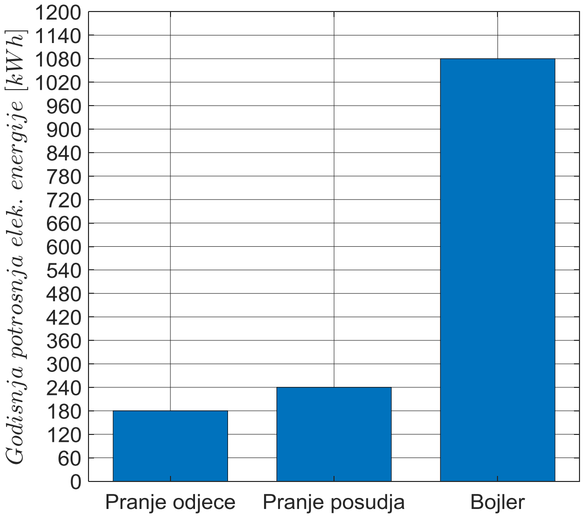
(а) Израчунати до које температуре t се загрије вода у резервоару током једног дана.

(б) Ако просјечно домаћинство у Републици Српској у току дана потроши читав резервоар загријане воде одредити колико износи дневна уштеда топлотне енергије добијене из електричних извора Q_{dnevno} и изразити је у kWh.

(в) Ако је на слици уз задатак приказана укупна годишња потрошња електричне енергије за поједине уређаје у домаћинству без соларног система, а која се користи за загријавање воде и покретање електричних мотора наведених уређаја, одредити укупну годишњу потрошњу електричне енергије наведених уређаја просјечног домаћинства са и без соларног система за загријавање воде, Q_{god} и Q_{god}^{solar}.

(г) Изразити остварену уштеду у процентима и новцу ако је цијена 1 kWh електричне енергије $0{,}1\ KM$.

Густина воде је $\rho = 1\,000\,\frac{kg}{m^3}$, а њен специфични топлотни капацитет $c = 4\,200\,\frac{J}{kg\cdot°C}$.



Слика уз задатак 5в

Напомена: у рјешавању задатака користити да је убрзање Земљине теже $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$

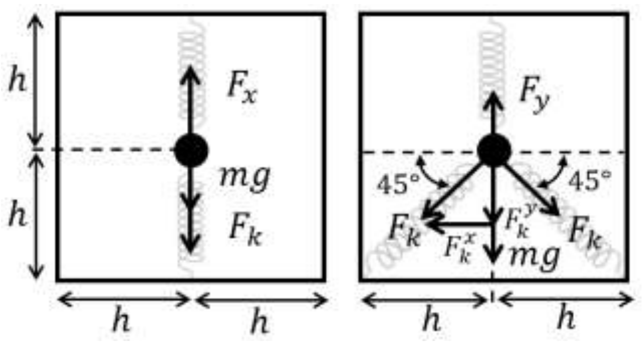
Задатке припремио: *Борис Баришић*
Рецензент: *Милко Бабић*

26. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (5. јун 2021)

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

1. $v_P = v_K = 36\ \frac{km}{h} = 10\frac{m}{s}, d_0 = 300\ m, d = 400\ m, D = 1\ km = 1\ 000\ m, a = ?$
Којот трчи константном брзином од тачке K до тачке M за вријеме t_1, а затим равномјерно убрзано од тачке M до S за вријеме t_2. Вријеме које је потребно Птици Тркачици да стигне од почетне тачке P до тачке сусрета S је $t = \frac{D}{v_P}$ (1) . Како у тачку S обоје стижу истовремено важи $t = t_1 + t_2$ (2). На основу слике уз здатак видимо да је вријеме $t_1 = \frac{\sqrt{d_0^2+d^2}}{v_K}$ (3) , док за други дио Којотовог пута важи релација $D - d = v_K t_2 + \frac{1}{2}at_2^2$ (4). Замјеном (1) и (3) у (2) добијамо $t_2 = \frac{D}{v_P} - \frac{\sqrt{d_0^2+d^2}}{v_K}$ (5), а замјеном (5) у (4) добијамо $a = \frac{2v_K^2 v_P^2\left(\sqrt{d_0^2+d^2}-d\right)}{\left(v_K D - v_P\sqrt{d_0^2+d^2}\right)^2}$ односно $a = 0{,}08\frac{m}{s^2}$.

2. $m = 500\ g = 0{,}5\ kg, h = 9{,}81\ cm = 9{,}81\ \cdot 10^{-2}\ m, k = 100\frac{N}{m}, k_x, k_y = ?$
(а) Да би куглица била у равнотежи у центру рама мора да важи $F_x = F_k + mg$ (1). Сила којом горња опруга дјелује на куглицу је $F_x = k_x h$ (2), а сила којом доња опруга дјелује на куглицу $F_k = kh$ (3) (у оба случаја је $\Delta l = h - l_0 = h$ за $l_0 = 0$). Замјеном (2) и (3) у (1) добијамо $k_x = k + \frac{mg}{h}$ односно $k_x = 150\frac{N}{m}$.
(б) Сваку од сила F_k можемо разложити на двије компоненте F_k^x и F_k^y. Компоненте F_k^x ће имати исти интензитет и правац, а супротан смјер чиме је услов равнотеже по хоризонталном правцу испуњен $F_k^{x-lijevo} = F_k^{x-desno}$. Компоненте F_k^y ће имати исти интензитет, правац и смјер па услов равнотеже по вертикалном правцу гласи $F_y = 2F_k^y + mg$ (4). С обзиром да је дужина неистегнуте опруге занемарљива обе доње опруге су истегнуте за $\Delta l = h\sqrt{2}$ (дијагонала квадрата), односно $F_k = kh\sqrt{2}$ (5). Слично претходном са слике одређујемо и вертикалну компоненту силе $F_k^y = \frac{F_k\sqrt{2}}{2}$ (6). Сила којом горња опруга дјелује на куглицу је $F_y = k_y h$ (7). Замјеном израза (6) и (7) у (4) и на основу (5) добијамо $k_y = 2k + \frac{mg}{h}$ односно $k_y = 250\frac{N}{m}$.



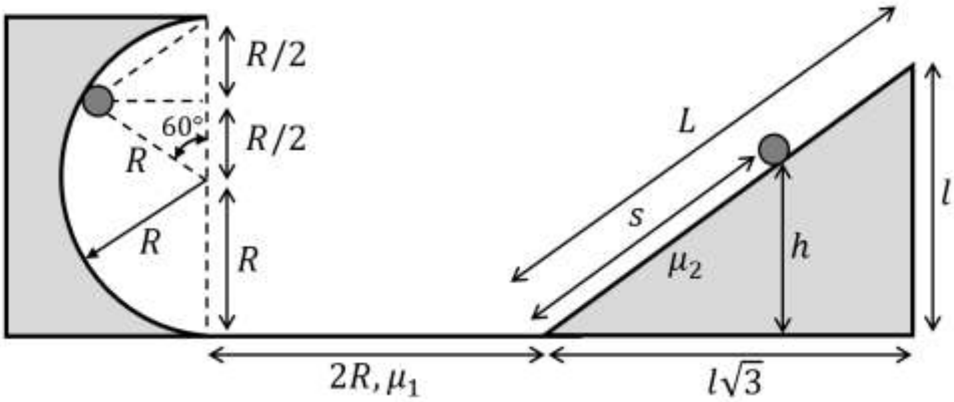
Слика уз рјешење 2а *Слика уз рјешење 2б*

3. (а) Површину попречног пресјека аутомобила можемо одредити као збир површина правоугаоника димензија $(320 + 1\ 240 + 320)\ mm \times 740\ mm$ и трапеза основица $1\ 240\ mm$ и $(320 + 1\ 240 + 320)\ mm$ и висине $740\ mm$. На овај или неки други начин добијамо $S = 2{,}55\ m^2$ (1).
(б) Други Њутнов закон за кретање аутомобила гласи $ma = F_v - F_{tr} - F_{otp}$, гдје је $F_{tr} = mg\mu$ сила трења између подлоге и гума, па израз за убрзање аутомобила гласи $a = \frac{F_v - mg\mu - bSv^2}{m}$ (2).
(в) Да би се аутомобил кретао константном брзином збир свих сила које дјелују на њега мора бити једнак нули, односно $a = 0$. Изједначавањем израза (2) са нулом добијамо $F_v = mg\mu(p) + bSv_{const}^2$, одакле је брзина аутомобила $v_{const} = \sqrt{\frac{F_v - mg\mu(p)}{bS}}$ (3) . Коефицијент трења између подлоге и гума за познати притисак $p = 2{,}5\ bar$ износи $\mu = \mu(p) = 0{,}01$ (4). Замјеном (1) и (4) у (3) и на основу бројних вриједности уз задатак добијамо $v_{const} = 27{,}77\frac{m}{s} \approx 100\frac{km}{h}$.
(г) Да бисмо одредили вријеме које је аутомобилу потребно да достигне брзину $v = 0{,}63 v_{const}$ (5) ($63\%\ v_{const}$) потребно је одредити аргумент функције f по формули $x = \frac{v_{const} + v}{v_{const} - v}$ (6). Замјеном (5) у (6) добијамо $x = 4{,}41$ па ишчитавањем вриједности функције из табеле *временска константа аутомобила* је $T = 10\ s$.

4. $R = 30\ cm, v_0 = \sqrt{gR}, \mu_1 = 0{,}25, \mu_2 = \frac{1}{8\sqrt{3}}\ v, h = ?$

(а) Висина на којој се куглица налази у почтном тренутку се може одредити као збир полупречника полукруга и половине странице једнакостраничног троугла приказаног на слици. Механичка енергија коју куглица има у почетном тренутку је $E_0 = E_k + E_p$ (1), гдје је $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2$ (2) и $E_p = \frac{3}{2}mgR$ (3). На дну полукружне петље куглица има само кинетичку енергију $E = \frac{1}{2}mv^2$ (4). Како при спуштању низ полукружну петљу између куглице и подлоге нема трења важи $E_0 = E$ (5). Замјеном (1) и (4) у (5) и на основу (2) и (3) добијамо $v^2 = v_0^2 + 3gR = 4v_0^2$ односно $v = 2v_0$.

(б) Дужина стрме равни је $L = \sqrt{\left(l\sqrt{3}\right)^2 + l^2} = 2l$. У тренутку када се куглица заустави на стрмој равни она има само потенцијалну енергију $E' = mgh$ (6). Дио почетне енергије се утроши на савладавање силе трења, односно важи $E_0 - E' = A_{tr}$ (7). Рад силе трења је $A_{tr} = A_{tr}^{(1)} + A_{tr}^{(2)}$ (8) $A_{tr}^{(1)} = F_{tr}^{(1)} 2R$ (9) гдје је $F_{tr}^{(1)} = mg\mu_1$ (10) сила трења на хоризонталној подлози, а $A_{tr}^{(2)} = F_{tr}^{(2)} s$ (11) гдје је $F_{tr}^{(2)} = mg\mu_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$ (12) сила трења на стрмој подлози и $s = 2h$ (13) (на основу сличности троуглова важи релација $s: h = L: l$). Замјеном (1), (6) и (8) у (7) и на основу (2), (3), (9), (10), (11), (12) и (13) добијамо $\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{3}{2}mgR - mgh = 2mg\mu_1 R + mg\mu_2 h\sqrt{3}$ односно $h = 2R\frac{1-\mu_1}{1+\mu_2\sqrt{3}}$ или коначно $h = 40\ cm$.



5. $S = 2{,}5\ m^2, \eta_K = 0{,}3, V = 100\ l = 0{,}1\ m^3, t_0 = 15\ °C, I = 180\frac{W}{m^2}, \eta_G = 0{,}1, t, Q_{dnevno}, Q_{god}, Q_{god}^{solar} = ?$

(а) Топлотна снага сунчевог зрачења које пада на колектор је $P_K = IS$ (1), а количина топлоте која се са колектора пренесе на резервоар за вријеме τ $Q_K = \eta_K P_K \tau$ (2). Количина топлоте предата резервоару која се утроши на загријавање воде је $Q = (1 - \eta_G)Q_K$ (3). Према једначни топлотне равнотеже важи $Q = mc(t - t_0)$ (4), гдје је $m = \rho V$ (5) маса воде у резервоару. Изједначавањем (3) са (4) и уз (1), (2) и (5) добијамо $t = t_0 + \frac{IS\tau\eta_K(1-\eta_G)}{\rho V c}$ односно $t = 40\ °C$.

(б) Под претпоставком потпуне ефикасности електричних уређаја дневна уштеда топлотне енергије једнака је количини топлоте која се утроши за загријавање пуног резервоара воде што на основу (1) и (2) износи $Q_{dnevno} = IS\tau\eta_K(1 - \eta_G)$ односно $Q_{dnevno} = 10{,}5\ MJ$. Како важи $1\ kWh = 1\ kW \cdot 1\ h = 1\ 000\ W \cdot 3\ 600\ s = 3{,}6\ MJ$ дневна уштеда топлотне енергије у kWh је $Q_{dnevno} = 2{,}92\ kWh$.

(в) Очитавањем вриједности са графика и њиховим сабирањем укупна годишња потрошња електричне енергије у домаћинствима без соларног система је $Q_{god} = 180\ kWh + 240\ kWh + 1\ 080\ kWh$ односно $Q_{god} = 1\ 500\ kWh$. С обзиром да у домаћинствима која посједују соларни систем имамо дневну уштеду енергије Q_{dnevno} тада ће оваква домаћинства у току године имати потрошњу електричне енергије $Q_{god}^{solar} = Q_{god} - 365Q_{dnevno}$ односно $Q_{god}^{solar} = 434{,}2\ kWh$.

(г) Уштеда у процентима коју остварују домаћинства са соларним системом је $\delta Q(\%) = 100\frac{Q_{god} - Q_{god}^{solar}}{Q_{god}}$ односно $\delta Q(\%) = 71{,}05\ \%$. Слично претходном на основу разлике у годишњој потрошњи без и са соларним системом уштеда у новцу износи $0{,}1\left(Q_{god} - Q_{god}^{solar}\right)\ KM$ односно $106{,}58\ KM$.