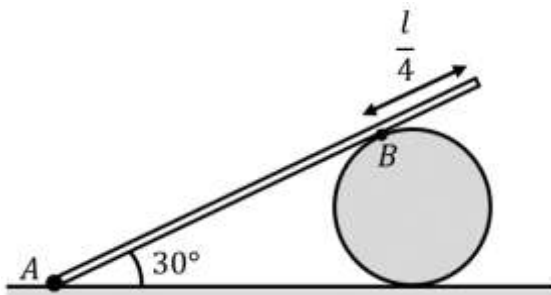
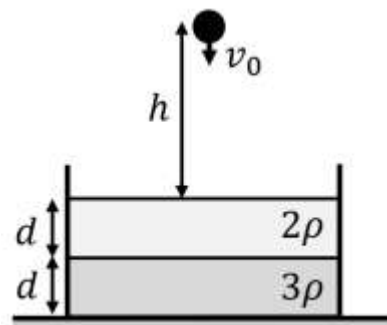


VIII РАЗРЕД

- Два мотоциклиста крену истовремено из мјеста A и B један у сусрет другоме. Први мотоциклиста у мјесту A има брзину $v_0^{(A)} = 72 \frac{km}{h}$ и од њега се креће равномерно успорено, убрзањем интензитета $a_A = 2 \frac{m}{s^2}$. Други мотоциклиста у мјесту B има брзину $v_0^{(B)} = 36 \frac{km}{h}$ и од њега се креће равномерно убрзано, убрзањем $a_B = 2 \frac{m}{s^2}$. Растојање између мјеста A и B износи $d = 300 m$. Одредити (а) послије колико времена ће се мотоциклисти мимоићи, (б) путеве које ће прећи до тренутка сусрета и (в) њихове брзине при сусрету.
- Тијело масе $m = 5 kg$ мирује на глаткој хоризонталној подлози. У тренутку $t_0 = 0 s$ на тијело почиње да дјелује сила чији је правац паралелан са подлогом, а интензитет и смјер јој се у зависности од времена мијењају по закону $F(t) = \begin{cases} F_0 & t_0 \leq t \leq t_1 \\ \alpha F_0 & t_1 < t \leq t_2 \\ -\beta F_0 & t_2 < t \leq t_3 \end{cases}$. Константа F_0 има вриједност $F_0 = 10 N$.
(а) Изабрати вриједност параметра $\alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ тако да брзина тијела у тренутку $t_2 = 2 s$ буде три пута већа од његове брзине у тренутку $t_1 = 1 s$.
(б) За тако изабран параметар α изабрати вриједност параметра $\beta \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ тако да се тијело у тренутку $t_3 = 3 s$ заустави. Знак минус означава супротан смјер силе.
(в) Нацртати график убрзања тијела у зависности од времена $a(t)$ за $t_0 \leq t \leq t_3$.
- Хомогена греда масе m у тачки A је ротационим зглобом везана за хоризонталну подлогу. Греда је у тачки B ослоњена на глатки непокретни цилиндар (ваљак), заклапајући при томе угао од 30° са подлогом као што је приказано на слици 1. Израчунати интензитет силе којом греда дјелује на цилиндар.
- Брод масе $m = 95\,000 t$ убрзава од брзине $v_1 = 18 \frac{km}{h}$ до брзине $v_2 = 36 \frac{km}{h}$ под дејством константне погонске силе F . На брод све вријеме дјелује и сила отпора воде интензитета $F_{отп} = bF$, гдје је b коефицијент отпора и има вриједност $b = 0,05$. Израчунати (а) рад A_F који изврши погонска сила брода и (б) рад $A_{отп}$ који изврши сила отпора.
- У посуди се једна преко друге налазе двије различите течности свака дебљине $d = 5 cm$, а густине 2ρ и 3ρ . Вертикално изнад површине горње течности на висини $h = 10 cm$ држи се куглица занемарљивих димензија и густине ρ (слика 2). Убрзање Земљине теже је $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$.
(а) Коју почетну брзину v_0 је потребно саопштити куглици тако да се она заустави непосредно прије судара са дном посуде?
(б) Са које почетне висине $h = h_0$ је потребно испустити куглицу без почетне брзине ($v_0 = 0$) тако да се она заустави непосредно прије судара са дном?



Слика 1.



Слика 2.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА VIII РАЗРЕД

1. $v_0^{(A)} = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$, $a_A = 2 \frac{m}{s^2}$, $v_0^{(B)} = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}$, $a_B = 2 \frac{m}{s^2}$, $d = 300 m$, $t_S, s_A, s_B, v_A, v_B = ?$

(а) За вријеме t_S први мотоциклиста ће прећи пут $s_A = v_0^{(A)} t_S - \frac{1}{2} a_A t_S^2$ (1), а други $s_B = v_0^{(B)} t_S + \frac{1}{2} a_B t_S^2$ (2). Тренутак сусрета, који се деси после времена t_S , одређен је условом $d = s_A + s_B$ (3). Замјеном (1) и (2) у (3) добијамо $d = (v_0^{(A)} + v_0^{(B)}) t_S$ одакле је $t_S = \frac{d}{v_0^{(A)} + v_0^{(B)}}$ односно $t_S = 10 s$.

(б) На основу (1) и (2) путеви које мотоциклисти пређу до тренутка сусрета су $s_A = 100 m$ и $s_B = 200 m$ респективно.

(в) Брзина првог мотоциклисте при сусрету је $v_A = v_0^{(A)} - a_A t_S \Rightarrow v_A = 0 \frac{m}{s}$, а другог мотоциклисте $v_B = v_0^{(B)} + a_B t_S \Rightarrow v_B = 30 \frac{m}{s}$ ($108 \frac{km}{h}$).

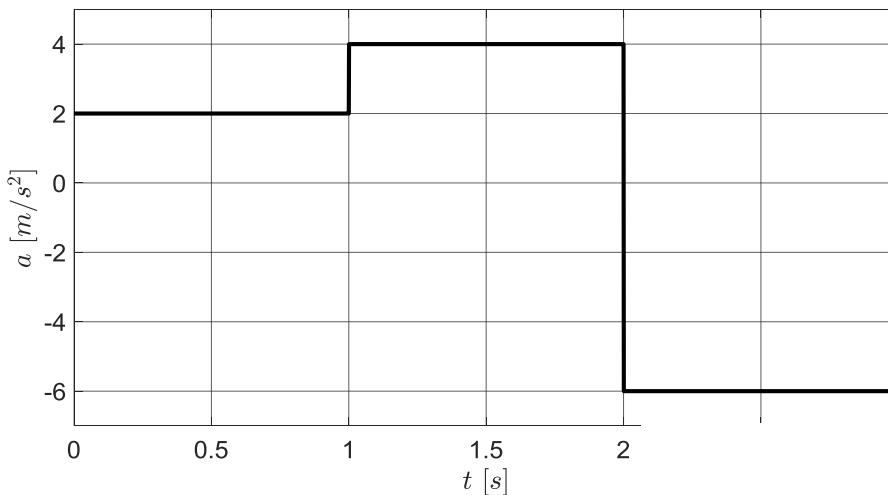
2. $m = 5 kg$, $t_0 = 0 s$, $F_0 = 10 N$, $t_1 = 1 s$, $t_2 = 2 s$, $t_3 = 3 s$, $\alpha, \beta, a(t) = ?$

(а) Од тренутка t_0 до тренутка t_1 тијело убрзава од брзине $v_0 = 0$ до брзине v_1 убрзањем $a_1 = \frac{F_0}{m}$ односно $a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$. Брзина тијела у тренутку t_1 је $v_1 = a_1(t_1 - t_0) \Rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$. Од тренутка t_1 до тренутка t_2 тијело убрзава од брзине v_1 до брзине v_2 убрзањем $a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$. По услови задатка важи $v_2 = 3v_1 = 6 \frac{m}{s}$ па замјеном бројних вриједности добијамо да је $a_2 = 4 \frac{m}{s^2}$. Како је убрзање тијела $a_2 = \frac{\alpha F_0}{m}$ слиједи да је $\alpha = 2$.

(б) Од тренутка t_2 до тренутка t_3 тијело успорава од брзине v_2 до брзине v_3 убрзањем $a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$. По услови задатка важи $v_3 = 0$ па замјеном бројних вриједности добијамо $a_3 = -6 \frac{m}{s^2}$. Како је убрзање тијела $a_3 = -\frac{\beta F_0}{m}$ слиједи да је $\beta = 3$.

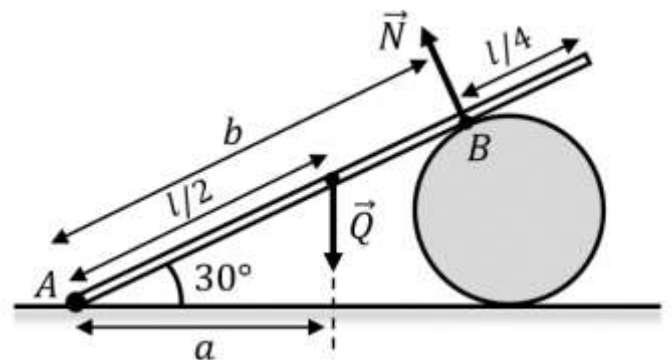
Напомена: уколико су ученици у овој тачки разматрали само интензитет убрзања па у изразима за убрзање a_3 изоставе знак минус признати им пун број бодова предвиђен за тај дио задатка.

(в) Исправно нацртан график убрзања у зависности од времена.



3. $m, N = ?$

Пошто је ослонац B гладак отпор ослонаца \vec{N} је нормална сила чији су правац и смјер приказани на слици. Услов равнотеже момената да би се полука налази у равнотежи гласи $aQ = bN$ (1), гдје су са a и b означени краци сила $Q = mg$ (2) и N , респективно. Са слике видимо да је a једнако висини једнакостраничног троугла странице $\frac{l}{2}$



односно $a = \frac{l\sqrt{3}}{4}$ (3), а $b = \frac{3l}{4}$ (4). Замјеном (3) и (4) у (1) и на основу (2) добијамо $N = \frac{mg\sqrt{3}}{3}$ што је по Трећем Њутновом закону уједно и интензитет силе којом греда дјелује на цилиндар.

4. $m = 95\,000\,000\text{ kg}$, $v_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $b = 0,05$, $A_F, A_{otp} = ?$

Други Њутнов закон за кретање брода гласи $ma = F - F_{otp}$ одакле је убрзање брода $a = \frac{F(1-b)}{m}$ (1).

Вријеме потребно да брод убрза од брзине v_1 до брзине v_2 је $t = \frac{v_2 - v_1}{a}$ (2) и при томе прелази пут

$s = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$ (3). Замјеном (2) у (3) добијамо $s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$ што уз (1) даје $s = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2F(1-b)}$ (4).

(а) Рад погонске силе F је $A_F = Fs$ што уз (4) даје $A_F = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2(1-b)}$ односно $A_F = 3\,750\text{ MJ}$.

(б) Рад силе отпора F_{otp} је $A_{otp} = F_{otp}s$ што уз (4) даје $A_{otp} = \frac{mb(v_2^2 - v_1^2)}{2(1-b)}$ односно $A_{otp} = 187,5\text{ MJ}$.

Напомена: уколико ученици у изразима за рад силе отпора напишу знак минус и добију негативан резултат признати им пун број бодова предвиђен за тај дио задатка.

5. $d = 0,05\text{ m}$, $h = 0,1\text{ m}$, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $v_0, h_0 = ?$

(а) Механичка енергија куглице у почетном тренутку је $E_0 = E_p + E_k$ (1) гдје је $E_p = mg(2d + h)$ (2) и

$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$ (3). Како се куглица зауставља непосредно прије удара од дно посуде њена механичка

енергија у том тренутку је $E = 0$. При кретању куглице кроз горњу течност на њу дјелује сила потиска

$F_{p1} = 2\rho V g$ (4), а при кретању кроз доњу течност $F_{p2} = 3\rho V g$ (5) гдје је $V = \frac{m}{\rho}$ (6) запремина куглице.

Радови које изврше ове силе над куглицом су $A_1 = F_{p1}d$ (7) и $A_2 = F_{p2}d$ (8). Сва почетна енергија

куглице се утрошила на савладавање сила отпора $E_0 = A_1 + A_2$ (9). Замјеном (1), (7) и (8) у (9) и на

основу (2), (3), (4), (5) и (6) добијамо $v_0 = \sqrt{2g(3d - h)}$ (10) односно $v_0 = 0,99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

(б) Изједначавањем $v_0 = 0$ и $h = h_0$ те на основу (10) добијамо $\sqrt{2g(3d - h_0)} = 0$ што је испуњено само ако је $h_0 = 3d$ односно $h_0 = 15\text{ cm}$.