

**26. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (6. АПРИЛ 2019.), IV РАЗРЕД**

ЗАДАЦИ

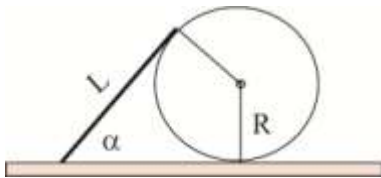
1. Штап линеарне густине $\mu = 0,5 \text{ kg/m}$ постављен је на правцу тангенте на куглу полупречника $R = 0,2 \text{ m}$, тако да једним крајем додирује подлогу и да се другим крајем ослања на куглу (слика 1). Угао између правца штапа и хоризонталне подлоге је $\alpha = 60^\circ$. Штап и кугла се налазе у стању мировања. Треће се јавља у свим додирним тачкама штапа и подлоге, штапа и кугле, и кугле и подлоге. Одредити силу трења између кугле и подлоге.

2. Метална куглица, занемарљивих димензија, масе $m = 100 \text{ g}$ окачена је о неистегљиву изолаторску нит, и постављена на висину $h = 7 \text{ cm}$ изнад хоризонталне проводне плоче велике површине (слика 2), тако да може слободно осциловати. Када се куглица наелектрише одређеном количином наелектрисања q , њен период осциловања се смањи $n = 2$ пута. Ако проводна плоча дјелује на наелектрисаану куглицу привлачном силом $F_e = kq^2 / 4h^2$, гдје је $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$, одредити количину наелектрисања на куглици. Занемарити трење у тачки вјешања нити. Узети да је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

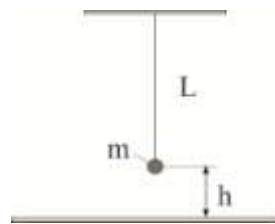
3. Када се катода електронске цијеви освијетли ултравиолетном свјетлошћу таласне дужине $\lambda_1 = 260 \text{ nm}$, фотоструја се заустави зауставним (закочним) напонем U_1 . Катода је од литијума за који излазни рад износи $A_\lambda = 2,38 \text{ eV}$. Међутим, када се таласна дужина свјетлости промијени 1,5 пута, потребан је два пута већи напон: $U_2 = 2U_1$. Колика је бројна вриједност Планкове константе? Брзина свјетлости у вакууму је $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, а елементарно наелектрисање износи $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

4. Један атом водоника се креће и удара у други атом водоника који мирује. Колика треба бити брзина првог атома у тренутку судара са другим атомом, да би други атом емитовао фотон чија је таласна дужина једнака таласној дужини прве спектралне линије Лајманове серије. Маса атома водоника износи $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, а његова енергија јонизације је $E_j = 13,6 \text{ eV}$. Таласне дужине спектралних линија у Лајмановој серији израчунавају се по формули: $\frac{1}{\lambda} = R \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.

5. Језгро изотопа полонијума, ${}_{84}\text{Po}^{213}$, се налази у стању мировања и емитује α -честицу кинетичке енергије $E_{k,\alpha} = 8,34 \text{ MeV}$. Маса α -честице у стању мировања износи $m_\alpha = 4,002604 \text{ u}$, а величина $mc^2 = 931,5 \text{ MeV}$, гдја је c брзина свјетлости. (а) Да ли су честице које учествују у реакцији релативистичке? (б) Одредити укупну енергију која се ослободи у овој реакцији. Занемарити масу електронског омотача и узети да је маса протона приближно једнака маси неутрона.



слика 1



слика 2

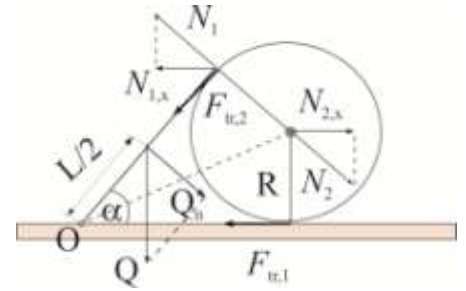
Задатке припремио: Родољуб Баврлић, проф.

Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

IV РАЗРЕД

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА

1. Пошто је лопта је у стању равнотеже мора бити испуњен услов за моменте који дјелују на лопту: $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{0}$. Претпоставимо да је средиште лопте центар ротације лопте. Слиједи $-F_{tr,1} \cdot R + F_{tr,2} \cdot R = 0$, одакле је $F_{tr,1} = F_{tr,2} = F_{tr}$. На основу закона акције и реакције, сила којом лопта дјелује на штап једнака је сили којом штап дјелује на лопту: $N_1 = N_2 = N$. Услов за равнотежу сила које дјелују на лопту у хоризонталном правцу (у правцу x-осе) даје



(1) $N \sin \alpha = F_{tr} + F_{tr} \cos \alpha$. Нека је центар ротације

за штап тачка О. У односу на овај центар морају бити изједначени momenti који дјелују на штап:

$Q_n \cdot \frac{L}{2} = N \cdot L$, $(mg \cos \alpha) \cdot \frac{L}{2} = N \cdot L$, одакле слиједи $N = \frac{1}{2} mg \cos \alpha$, односно

(2) $N = \frac{1}{2} \mu L g \cos \alpha$. Из релација (1) и (2) слиједи (3) $F_{tr} = \frac{\mu L g \sin \alpha \cos \alpha}{2(1 + \cos \alpha)}$. Коришћењем (3),

тригонометријске релације $\operatorname{tg}(\alpha/2) = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ као и релације $\operatorname{tg}(\alpha/2) = \frac{R}{L}$ (очигледно са слике), добија се

$F_{tr} = \frac{1}{2} \mu g R \cos \alpha$, одакле је тражена сила трења $F_{tr} = 0,25 \text{ N}$.

2. На основу датих претпоставки осциловање куглице се може посматрати као осциловање математичког клатна, чија је општа формула за период: (1) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a_r}}$, гдје је a_r резултантно убрзање клатна. Када

куглица осцилује само у пољу Земљине теже период њеног осциловања је (1) $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, када се куглицас наелектрише она осцилује у пољу Земљине теже и електричном пољу проводне плоче, па на њу дјелују двије силе: $F = mg$ и $F_e = \frac{kq^2}{4h^2}$. Пошто се период смањи, то значи да се резултантно убрзање повећа, па је

резултантна сила збир претходне двије силе: $ma_r = mg + \frac{kq^2}{4h^2}$, а резултантно убрзање куглице је (2)

$a_r = g + \frac{kq^2}{4mh^2}$. На основу (1) и (2) добија се да краћи период осциловања износи (3)

$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + (kq^2/4mh^2)}}$. Пошто је (4) $T_2 = \frac{T_1}{n}$, након замјене релација (1) и (3) у релацију (4) добија се

$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi n \sqrt{\frac{l}{g + (kq^2/4mh^2)}}$, одакле слиједи $q = 2h \sqrt{\frac{mg(n^2 - 1)}{k}}$, $q = 2,53 \text{ } \mu\text{C}$.

3. Једначина за фотоелектрични ефекат може се написати у облику: (1) $\frac{hc}{\lambda} = A_i + \frac{m_e v^2}{2}$. Фотоструја се зауставља када је рад електричног поља једнак кинетичкој енергији фотоелектрона: (2) $eU = \frac{m_e v^2}{2}$. На основу формула (1) и (2) добија се за ултравиолетну свјетлост: (3) $\frac{hc}{\lambda_1} = A_i + eU_1$, а за неку другу свјетлост важи: (4) $\frac{hc}{\lambda_2} = A_i + eU_2$. Пошто је у овом случају зауставни напон већи: $U_2 = 2U_1$, онда из релације (4) слиједи да свјетлост мора имати краћу таласну дужину: $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{1,5}$. Замјеном двије претходне релације у формулу (4) добија се (5) $1,5 \frac{hc}{\lambda_1} = A_i + e \cdot 2U_1$. Из формула (3) и (5) слиједи формула за планкову константу; $h = \frac{\lambda_1 A_i}{0,5 \cdot c}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Js.

4. На основу формуле $\frac{1}{\lambda} = R \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$ добија се формула за енергију (1) $E = hcR \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$, коју треба да прими атом да би емитовао фотон чија је таласна дужина једнака таласној дужини одређене спектралне линије Лајманове серије. Да би атом водоника емитовао фотон чија је таласна дужина једнака таласној дужини прве спектралне линије Лајманове серије потребно је да пређе из основног у побуђено стање одређено са $n = 2$, а за тај прелаз потребна је енергија $E_1 = hcR \left(1 - \frac{1}{2^2} \right)$, односно (2) $E_1 = \frac{3}{4} hcR$. Енергија јонизације добија се из формуле (1) уз услова да $n \rightarrow \infty$, па слиједи (3) $E_j = hcR$. Из релација (2) и (3) добија се (3) $E_1 = \frac{3}{4} E_j$. При судару, атом који је мировао прими енергију која је једнака разлици кинетичких енергија система од два атома прије и после судара: $\Delta E_k = E_k - E'_k$, $\Delta E_k = \frac{mv^2}{2} - \frac{2mv'^2}{2}$, (4) $\Delta E_k = m \left(\frac{v^2}{2} - v'^2 \right)$. Брзина v' после судара добија се из закона одржања импулса: $mv = (m + m)v'$, (5) $v' = \frac{1}{2}v$. Замјеном релације (5) у (4) добија се (6) $\Delta E_k = \frac{1}{4}mv^2$. Пошто је $\Delta E_k = E_1$, из релација (3) и (6) слиједи $v = \sqrt{\frac{3E_j}{m}}$, $v = 6,25 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$.

5. (а) α -честица у стању мировања има енергију, $m_\alpha c^2 = 4,002604 \text{ uc}^2$, $m_\alpha c^2 = 3,7 \text{ GeV}$. Пошто је $E_{k,\alpha} = 8,34 \text{ MeV}$, слиједи да је $E_{k,\alpha} < m_\alpha c^2$, а то значи да је α -честица нерелативистичка. Језгро полонијума је знатно веће масе, односно има знатно већу вриједност mc^2 , па при реакцији добије мању кинетичку енергију. Према томе, и ова честица је нерелативистичка. (б) При овој реакцији полонијум се трансмутује у језгро олова према следећој реакцији: ${}_{84}\text{Po}^{213} \rightarrow {}_{82}\text{Pb}^{209} + {}_2\alpha^4$. Енергија која се ослободи при реакцији је $Q = \Delta mc^2$, $Q = (m_{\text{Po}} - (m_{\text{Pb}} + m_\alpha))c^2$. Укупна енергија честица прије реакције једнака је укупној енергији честица после реакције: $m_{\text{Po}}c^2 = m_{\text{Pb}}c^2 + E_{k,\text{Pb}} + m_\alpha c^2 + E_{k,\alpha}$. На основу закона одржања енергије

слиједи $(m_{Po} - (m_{Pb} + m_{\alpha}))c^2 = E_{k,Pb} + E_{k,\alpha}$, односно (1) $Q = E_{k,Pb} + E_{k,\alpha}$. Из закона одржања импулса, $0 = p_{\alpha} - p_{Pb}$, одакле је (2) $p_{\alpha} = p_{Pb}$. Пошто су честице нерелативистичке, релација између кинетичке енергије и импулса је (3) $E_k = \frac{p^2}{2m}$. Из релација (2) и (3) слиједи $m_{\alpha}E_{k,\alpha} = m_{Pb}E_{k,Pb}$, (4) $E_{k,Pb} = \frac{m_{\alpha}}{m_{Pb}}E_{k,\alpha}$, а из (1) и (4) слиједи $Q = \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{Pb}}\right)E_{k,\alpha}$. Пошто је $\frac{m_{\alpha}}{m_{Pb}} = \frac{4}{209}$, добијамо да је $Q = 8,5 \text{ MeV}$.