26. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (6. април 2019)

III РАЗРЕД

1. Приликом скока, кошаркаши често остављају утисак као да "лебде" у ваздуху. То се може приписати чињеници да је хоризонтално растојање које током скока прелазе у "средњој" фази лета веће од хоризонталног растојања које прелазе у почетној и крајњој фази. Ако се кошаркаш одразио тако да му је почетна брзина $v_0 = 7\frac{m}{s}$ под углом $30°$ у односу на паркет, одредити:

а) колики је пут у хоризонталном правцу прешао кошаркаш док није доскочио на паркет и колико је укупно времена провео у ваздуху?

б) колики дио пута у хоризонталном правцу (у процентима) је прешао кошаркаш док се кретао на висини која је већа од половине максималне висине H/2.

Претпоставити да на кошаркаша дјелује само сила Земљине теже и узети да је $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

2. а) Дугачак праволинијски проводник кроз који протиче струја I и проводник у облику слова П са покретним штапом леже у истој равни (слика 1а). Штап, чија је дужина l, помјерамо удесно константном брзином v. Наћи индуковану ЕМС у контури као функцију растојања x.

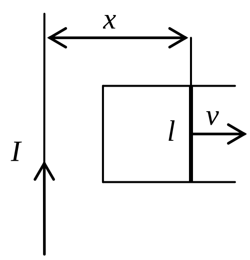
б) Квадратни рам странице a и дугачки проводник са струјом I налазе се у истој равни (слика 1б). Рам се помјера удесно константном брзином v. Наћи индуковану ЕМС у раму као функцију растојања x.

3. Потрошачи се, у кућној инсталацији, међусобно везују паралелно. У једном тренутку су, преко једног осигурача, укључени фрижидер са мотором активне снаге $900\,W$ и фактором снаге 0,85, бојлер активне снаге $760\,W$ и пећ активне снаге $1800\,W$. Ако се претпостави да бојлер и пећ имају фактор снаге једнак јединици, одредити: а) реактивну и привидну снагу мотора фрижидера;

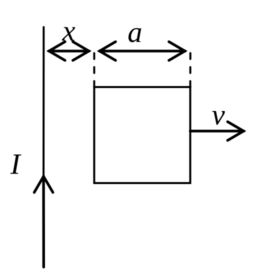
б) ефективне јачине струја потрошача; в) нацртати фазорски дијаграм и одредити ефективну вриједност јачине струје која протиче кроз осигурач. Градска мрежа има ефективну вриједност напона $230\,V$.

4. Плоче равног кондензатора постављене су хоризонтално на растојању $d_0 = 2\,mm$. У почетном тренутку, напон између плоча износи $U_0 = 500\,V$. У неком тренутку, доња плоча се ослободи и почне да пада. Одредити брзину доње плоче у тренутку када напон на кондензатору износи $U = 5U_0$, ако је кондензатор све вријеме одвојен од извора напона. Маса доње плоче је $m = 100\,g$, а почетни капацитет кондензатора $C_0 = 1nF$. Отпор ваздуха је занемарљив. Узети да је $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

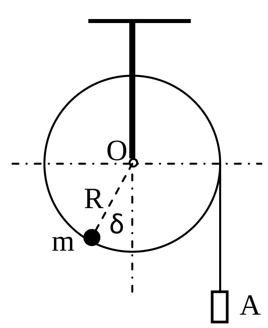
5. Хомоген диск масе M и радијуса R може слободно да ротира око хоризонталне осе O (слика 2). На диск је густо намотан конац, на чијем је висећем крају везан тег A. Тај тег је уравнотежен тачкастим тијелом масе m које је учвршћено на ободу диска под одређеним углом δ. Нађи кружну фреквенцију малих осцилација система. Момент инерције диска $I = \frac{MR^2}{2}$.



слика 1а



слика 1б

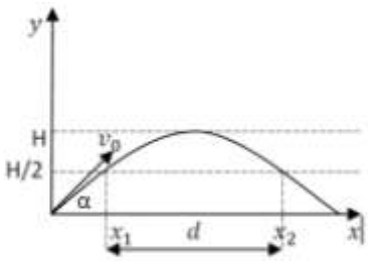


слика 2

Задатке припремио: Доброслав Слијепчевић, проф.
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. а) Из услова: $y = 0$ и $y = v_{0y}t_u - \frac{g{t_u}^2}{2}$ добијамо да је укупно вријеме које је кошаркаш провео у ваздуху: $t_u = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = 0{,}7\ s$. Пут који је прешао у хоризонталном правцу је $s = v_{0x}t_u = v_0 t_u \cos\alpha = \frac{2{v_0}^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = 4{,}24\ m$.



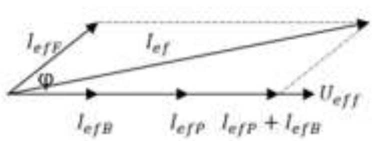
б) Максималну висину коју достиже кошаркаш налазимо из једначине $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy$ и услова $y = H, v_y = 0$, што даје $H = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g}$ и $\frac{H}{2} = \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{4g}$ (1) .

Положаји дуж хоризонталне осе на којима је кошаркаш тачно на половини максималне висине (x_1и x_2) одговарају временима t_1и t_2 која можемо добити рјешавањем једначине

$\frac{H}{2} = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$ по t. Замјеном (1) у ову једначину и након множења са $(-2/g)$, добијамо $t^2 - \frac{2v_0\ sin\alpha}{g}t + \frac{v_0^2 sin^2\alpha}{2g^2} = 0$, $t_{1,2} = \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\frac{v_0\ sin\alpha}{g}$.
Тражена величина $d = x_2 - x_1 = v_{0x}t_1 - v_{0x}t_2 = \frac{\sqrt{2}}{g}v_0^2\ sin\,\alpha\ cos\,\alpha$ **,** или у процентима $\frac{d}{s} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 70{,}7\%$.

2. а) Магнетно поље у области десно од проводника је нормално на раван папира, а интензитет магнетне индукције у тој области дат је једначином $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$, гдје је x нормално растојање од проводника. Како је дуж штапа магнетна индукција истог интензитета, уз $\varepsilon_{ind} = Blv$, можемо закључити да је индукована ЕМС дуж штапа $\varepsilon_{ind} = \frac{\mu_0 Ilv}{2\pi x}$.
б) У овом случају, индуковане ЕМС у страницама рама које су паралелне брзини једнаке су нули**,** док ће се у преостале две странице, које су паралелне проводнику са струјом, индуковати следеће ЕМС $\varepsilon_{ind1} = \frac{\mu_0 Iav}{2\pi x}$ и $\varepsilon_{ind2} = \frac{\mu_0 Iav}{2\pi(x+a)}$.
Како ове двије ЕМС дају струје супротних смјерова,
али су странице рама на различитом растојању од проводника са струјом, тада је
укупна ЕМС у раму је: $\varepsilon_{ind} = \varepsilon_{ind1} - \varepsilon_{ind2} = \frac{\mu_0 Iav}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a+x}\right) = \frac{\mu_0 Ia^2 v}{2\pi x(a+x)}$.

3. а) Привидна снага мотора фрижидера је $P_F = \frac{P_{aF}}{0{,}85} = 1058{,}8\ W$, док је реактивна снага $P_{rF} = \sqrt{P_F^2 - P_{aF}^2} = 557{,}8W$. б) Како је $P_a = U_{ef}I_{ef}cos\varphi$, а за фрижидер је фактор снаге 0,85, док је за бојлер и пећ фактор снаге 1, ефективне јачине струја су редом, за фрижидер $I_{efF} = \frac{P_{aF}}{U_{ef}cos\varphi} = 4{,}60A$, за бојлер $I_{efB} = \frac{P_{aB}}{U_{ef}} = 3{,}30A$ и за пећ $I_{efP} = \frac{P_{aP}}{U_{ef}} = 7{,}83A$.



в) Са фазорског дијаграма може се одредити ефективна струја кроз осигурач:

$$I_{ef} = \sqrt{\left(I_{efP} + I_{efB}\right)^2 + I_{efF}^2 + 2\left(I_{efP} + I_{efB}\right)I_{efF}cos\varphi}$$
$$= 15{,}73\ \text{A} .$$

4. Пошто је кондензатор одвојен од извора, наелектрисање на њему се не мијења током падања, па је $q = CU = C_0U_0$. Такође, важи да је

$\frac{C}{C_0} = \frac{\varepsilon_0 \frac{S}{d}}{\varepsilon_0 \frac{S}{d_0}} = \frac{U_0}{U} = \frac{1}{5}$, одакле добијамо да је растојање између плоча у траженом тренутку

$d = 5d_0$. Висина на којој се налазила доња плоча у односу на положај у траженом тренутку је $h = d - d_0 = 4d_0$ **.** На основу закона одржања енергије, имамо

$mgh + \frac{C_0U_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{CU^2}{2}$ **,** одакле је тражена брзина

$$v = \sqrt{\frac{2\left(mgh + \frac{C_0U_0^2}{2} - \frac{CU^2}{2}\right)}{m}} = \sqrt{\frac{2(mgh - 2C_0U_0^2)}{m}} = \sqrt{8gd_0 - \frac{4C_0U_0^2}{m}} = 0{,}39\,\frac{m}{s}\ .$$

5.

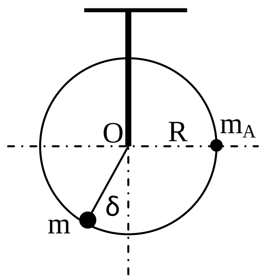
I начин

Кружна фреквенција се може наћи и из обрасца за период осциловања физичког клатна $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}}$ (1) . Осциловање система исто је као и осциловање диска чији је момент инерције увећан за моменте инерције тијела масе m и тијела масе m_A када се оно налази на периферији диска (слика) . Момент инерције система $I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 + m_AR^2$ (2) а његово тежиште је на правцу вертикалног пречника, испод центра диска на удаљености $s = \frac{m \cdot R\cos\delta}{M+m+m_A}$ (3) . У стању равнотеже $mR\sin\delta = m_AR$ или

$m\sin\delta = m_A$ (4) . Уврштавањем (4) у (3), а потом (2) и (3) у (1):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2 + m\sin\delta \cdot R^2}{(M+m+m\sin\delta)g\frac{mR\cos\delta}{M+m+m\sin\delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR + mR + m\sin\delta \cdot R}{mg\cos\delta}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T},\ \ \omega = \sqrt{\frac{mg\cos\delta}{\frac{1}{2}MR + mR + m\sin\delta \cdot R}} = \sqrt{\frac{mg\cos\delta}{\frac{1}{2}MR + mR(1+\sin\delta)}}\ .$$



II начин

Са T ћемо обиљежити силу затезања конца. Услов равнотеже система добија се из једначина $m_Ag = T,\ TR = mgR\sin\delta$, па је $m_Ag = mg\sin\delta$, што се своди на $m_A = m\sin\delta$ (1) **.** Ако се систем изведе из равнотеже за мали угао θ и пусти да осцилује, у неком тренутку, као на слици, важиће:

$I\alpha = M$, tj. $\left(mR^2 + \frac{1}{2}MR^2\right)\alpha = TR - mg\,sin(\delta+\theta)R$ (2),

као и $m_Aa = m_Ag - T$, $\qquad T = m_Ag - m_Aa$ (3).

Замјеном (3) у (2) и $a = \alpha R$, добија се $\left(mR^2 + \frac{1}{2}MR^2 + m_AR^2\right)\alpha = m_AgR - mg\,sin(\delta+\theta)R$.

Користећи идентитет $sin(\delta+\theta) = sin\delta\, cos\theta + sin\theta\, cos\delta$, познату апроксимацију за мале углове θ: $sin\theta \approx \theta, cos\theta \approx 1$, као и услов равнотеже (1), добијамо:

$$\left(mR + \frac{1}{2}MR + mR\,sin\delta\right)\alpha = -(mg\,cos\delta)\theta, \text{одакле је } \alpha = -\frac{mg\,cos\delta}{\left(mR + \frac{1}{2}MR + mR\,sin\delta\right)}\theta$$

па је $\omega = \sqrt{\frac{mg\cos\delta}{mR(1+\sin\delta) + \frac{1}{2}MR}}$.