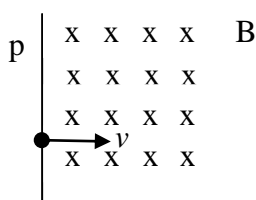


25. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (28. април 2018.)

IV РАЗРЕД

1. Да би се одредила старост тканине нађене у једној египатској пирамиди мјерена је специфична активност угљениког изотопа у њој. Утврђено је да се по једном граму овог изотопа у тканини за 1 min распадне просјечно 9,2 језгара. У живим биљкама које садрже ^{14}C дешава се 14 распада за 1 min у 1 g овог изотопа. Колика је старост тканине ако период полураспада изотопа ^{14}C износи 5730 god?
2. Кратковид и далековид човјек имају наочаре помоћу којих виде као људи са нормалним видом. Ако далековиди човјек стави наочаре кратковидог, он може јасно да види само бесконачно далеке предмете. На коликом растојању може кратковиди човјек да чита књигу са наочарима далековидог?
3. У спектру зрачења цијеви испуњене атомима водоника у близини линије таласне дужине $\lambda_1 = 486,32\text{nm}$ осјетљиви спектрални апарат је регистровао и линију таласне дужине $\lambda_2 = 486,186\text{nm}$. Претпостављајући да је та линија последица присуства још неког изотопа водоника у гасној смјеси, одредити о ком изотопу се ради.
4. Колико еластичних централних чеоних судара треба да претрпи неутрон са језгрима успоривача у реактору да би му се кинетичка енергија смањила са 2 MeV на 25 meV? Као успоривач користи се графит ^{12}C .
5. Двије честице једнаких малих маса m улете у истом тренутку у хомогено магнетно поље индукције B . Једна честица има наелектрисање q , а друга није наелектрисана. У тренутку уласка у магнетно поље брзина сваке честице је v и нормална је на линије магнетне индукције. У том тренутку растојање између честица је занемарљиво. Како ће се мијењати растојање између честица током времена? (магнетно поље лијево од праве p једнако је нули).



Константе : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$.

Задатке припремила: Вера Елез, проф
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. Како је период полураспада изотопа ^{14}C много већи од 1 min можемо узети да је активност 1 g овог изотопа у тканини $A = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{9,2}{60} \text{Bq}$. У живом биљном организму, од

којег је прављена тканина, активност исте масе овог изотопа била је $A_0 = \frac{14}{60} \text{Bq}$.

Полазећи од формуле $A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$, $\frac{\ln 2}{T} t = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$ одакле је $t = T \frac{\ln \frac{14}{9,2}}{\ln 2}$ или коначно $t = 3471 \text{god}$.

2. Нека је s_1 даљина јасног вида кратковидог човјека, а f_1 је жижна даљина његових наочара док је s_2 даљина јасног вида далековидог човјека, а f_2 је жижна даљина његових наочара. Кад далековиди човјек стави наочаре кратковидог, према условима задатка види јасно бесконачно далеке предмете. То значи да се имагинарни лик бесконачно далеког предмета у сочиву наочара формира на растојању s_2 од ока, тј.

$$-\frac{1}{s_2} = -\frac{1}{f_1} \Rightarrow s_2 = f_1. \text{ Са својим наочарима далековиди човјек има даљину јасног вида}$$

$s = 25 \text{cm}$ па је $\frac{1}{s} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f_2}$ одакле је $\frac{1}{s} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ (1). За кратковидог човјека са својим

наочарима даљина јасног вида је $s = 25 \text{cm}$, а без наочара s_1 па имамо $\frac{1}{s} - \frac{1}{s_1} = -\frac{1}{f_1}$ (2).

Када кратковиди човјек стави наочаре далековидог јасно види предмете на растојању x и важи: $\frac{1}{x} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_2}$ (3). Елиминацијом s_1 из (2) и (3) следи $\frac{1}{x} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1}$. На основу

(1) имамо $\frac{1}{x} - \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$ одакле је $x = \frac{s}{2}$ односно $x = 12,5 \text{cm}$.

3. Ако су R и R' Ридбергове константе водоника и датог изотопа, онда имамо:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{\mu_1 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ и } \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{\mu_2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ гдје су } \mu_1 \text{ и } \mu_2 \text{ редуковане масе}$$

система електрон-протон (водоник) односно електрон-изотоп, респективно. Дијелењем

$$\text{наведних једнакости имамо } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

или даље $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{m_p m_e / (m_p + m_e)}{m_x m_e / (m_x + m_e)}$, тј. $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1 + m_e / m_x}{1 + m_e / m_p}$, одакле је $m_x = \frac{\lambda_1 m_e m_p}{(\lambda_2 - \lambda_1) m_p + \lambda_2 m_e}$.

Коначно је $m_x = 3,38 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cong 2m_p$. У питању је дакле изотоп чија је маса два пута већа од масе водониковог атома тј. ради се о деутеријуму.

4. За еластичан централни чеони судар честице масе m и брзине v са честицом масе M која мирује важи: $mv = mv_1 + Mv_2$ и $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2}$. Елиминацијом v_2 добијамо да

честица масе m након судара има брзину $v_1 = \frac{m-M}{m+M} v$ па је њена кинетичка енергија

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \left(\frac{m-M}{m+M} \right)^2 T. \text{ Након } n \text{ судара честица има кинетичку енергију}$$

$T' = \left(\frac{m-M}{m+M}\right)^{2n} T$. За судар неутрона и језгра угљеника имамо $T' = (11/13)^{2n} T$ односно

$T'/T = (11/13)^{2n}$ одакле је $n = \frac{\log(T'/T)}{2\log(11/13)}$ или коначно $n = 54$ чеона еластична судара.

5. Магнетно поље не дјелује на честицу која није наелектрисана па се она креће равномјерно праволинијски. Њене координате су: $x_1 = vt$ док је $y_1 = -R$.

На наелектрисану честицу у магнетном пољу дјелује Лоренцова сила, па се она креће по кружној путањи у равни нормалној на линије магнетне индукције (раван xOy на слици).

Ако је R полупречник путање, важи: $\frac{mv^2}{R} = qvB$ тј. $R = \frac{mv}{qB}$. Угаона брзина честице је

$\omega = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$. Ако је у тренутку t честица у положају M њене координате су (слика

испод): $x_2 = R \sin \varphi = R \sin \omega t$ или $x_2 = \frac{mv}{qB} \sin\left(\frac{qB}{m}t\right)$, односно $y_2 = -R \cos \varphi = -R \cos \omega t$ тј.

$y_2 = -\frac{mv}{qB} \cos\left(\frac{qB}{m}t\right)$. Положај наелектрисане честице мијења се по овим законима док се

честица налази у магнетном пољу, тј. до неког тренутка τ . У току тог временског интервала честица је описала половину круга па је $\tau = \frac{R\pi}{v} = \frac{m\pi}{qB}$. У тренутку τ честица

напушта магнетно поље и потом се креће равномјерно праволинијски по законима

$x_2 = -v(t - \tau)$ и $y_2 = R = \frac{mv}{qB}$.

Растојање између честица је $l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$. Дакле

за $t \leq \frac{m\pi}{qB}$ је $l(t) = \sqrt{\left[vt - \frac{mv}{qB} \sin\left(\frac{qB}{m}t\right)\right]^2 + \left[R + \frac{mv}{qB} \cos\left(\frac{qB}{m}t\right)\right]^2}$,

док за $t \geq \frac{m\pi}{qB}$ имамо $l(t) = \sqrt{[vt + v(t - \tau)]^2 + \left(R + \frac{mv}{qB}\right)^2}$.

