

25. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА  
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (28. април 2018)

II РАЗРЕД

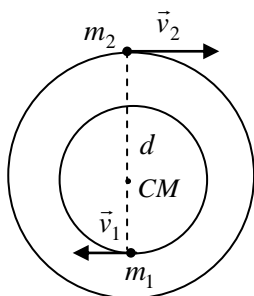
1. Бинарни звјездани систем састоји се од двије звијезде које круже око њиховог центра масе (слика 1). Брзине звијезда су  $v_1 = 50 \text{ km/s}$  и  $v_2 = 80 \text{ km/s}$ . Период обртања овог бинарног система  $T = 100 \text{ h}$ . Наћи а) међусобно растојање звијезда  $d$  и б) њихове масе  $m_1, m_2$ . ( $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ )

2. Са једне стране клипа у хоризонтално постављеном цилиндру налази се једноатомни гас, а у другом дијелу вакуум и опруга везана за клип (слика 2). У почетном стању 1 клип се придржава тако да је опруга недеформисана. Цилиндар је изолован, а топлотни капацитети цилиндра, клипа и опруге могу се занемарити. Затим се клип пусти да заузме нови равнотежни положај 2. Запремина гаса се повећа  $V_2/V_1 = 2,5$  пута. Наћи односе притисака  $p_2/p_1$  и температура  $T_2/T_1$ .

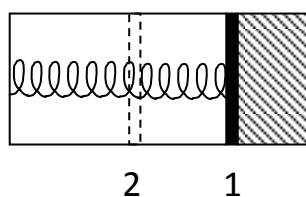
3. На извор ЕМС  $E = 140 \text{ V}$  на растојању  $L = 400 \text{ m}$  укључена је сијалица предвиђена за напон од  $120 \text{ V}$  чија је снага  $100 \text{ W}$ . За колико ће се промјенити пад напона на сијалици ако јој паралелно вежемо исту такву сијалицу. Проводник има пресјек  $S = 1 \text{ mm}^2$ ,  $\rho = 0,028 \mu\Omega \text{ m}$  а сијалица је спојена са два проводника.

4. Двије паралелне металне плоче, свака површине  $S = 100 \text{ cm}^2$ , чине плочасти кондензатор. Размак између плоча је  $d = 10 \text{ mm}$ . Плоче се наелектришу набојем  $+Q$  и  $-Q$  тако да се споје на извор напона  $U_0 = 100 \text{ V}$ , а затим одвоје од извора. Колико ће износити напон на плочама и капацитет кондензатора ако се између плоча, паралелно са њима уметне: а) плоча диелектрика  $\epsilon_r = 3$  и дебљине  $a = 3 \text{ mm}$ , б) метална плоча дебљине  $a = 3 \text{ mm}$ , слика 3,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ .

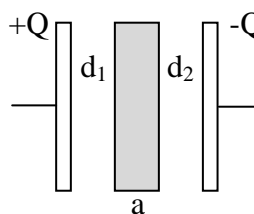
5. У затворен суд испуњен гасним азотом на температури  $20^\circ \text{C}$  и притиску  $10^5 \text{ Pa}$  убризгана је нека количина течног азота који је одмах испарио. Температура убризганог течног азота је  $-196^\circ \text{C}$  (то је и температура кључања азота при нормалном атмосферском притиску), а после поновног загријавања суда до температуре  $20^\circ \text{C}$ , у њему се успостави притисак  $1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Моларни топлотни капацитет азота при сталној запремини је  $20,8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  а моларна топлота испаравања течног азота је  $5500 \text{ J/mol}$ . Колики је био притисак у суду после испаравања течног азота? Занемарити топлотни капацитет суда.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке припремили: Проф. др Синиша Игњатовић и Жељко Станишић, проф.  
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА П РАЗРЕД

1. а) Полупречници кружница:  $r_1 = \frac{T}{2\pi} v_1$ ,  $r_2 = \frac{T}{2\pi} v_2$ .

Растојање звијезда  $d = r_1 + r_2 = \frac{T}{2\pi} (v_1 + v_2)$ ,  $d = \frac{100 \cdot 3600 \text{ s}}{2 \cdot 3,14} (50 + 80) \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,45 \cdot 10^9 \text{ m}$ .

б) Закони кретања звијезда:

$$\frac{\gamma m_1 m_2}{d^2} = \frac{m_1 v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 v_2^2}{r_2} \text{ . Масе звијезда: } m_1 = \frac{v_2^2 d^2}{\gamma r_2} = \frac{T}{2\pi \gamma} v_2 (v_1 + v_2)^2,$$

$$m_2 = \frac{v_1^2 d^2}{\gamma r_1} = \frac{T}{2\pi \gamma} v_1 (v_1 + v_2)^2 \text{ . Замјеном бројних вриједности добијамо}$$

$$m_1 = \frac{100 \cdot 3600 \text{ s}}{2 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg s}} 80 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} (50 + 80)^2 \left( 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 1,16 \cdot 10^{30} \text{ kg},$$

$$\text{односно } m_2 = \frac{v_1}{v_2} m_1 = \frac{5}{8} 1,16 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 7,26 \cdot 10^{29} \text{ kg}.$$

2. Унутрашња енергија гаса ће се при промјени стања од 1 до 2 смањити за  $\Delta U$  које ће се, према закону одржања енергије, претворити у еластичну потенцијалну енергију опруге:

$$\Delta U = n C_v (T_1 - T_2) = n \frac{3}{2} R (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} k x^2, \quad (1)$$

гдје је  $x$  помјерај клипа између стања 1 и 2. (Од тога за  $C_v = 3R/2$

У равнотежном стању 2 сила којом гас дјелује на клип једнака је

$$kx = p_2 S = p_2 \frac{V_2}{x_2}. \quad (2)$$

Геометријски односи (в. слику) су:  $x_2 = x + x_1$ ,  $x_2/x_1 = V_2/V_1$ , одакле слиједи

$$x_2 = \frac{x}{1 - V_1/V_2}. \quad (3)$$

Из (2) и (3) добијамо

$$k x^2 = p_2 V_2 \left( 1 - \frac{V_1}{V_2} \right). \quad (4)$$

Замјеном (4) у (1) налазимо

$$n \frac{3}{2} R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} n R T_2 \left( \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = \frac{p_2 V_2}{2} \left( 1 - \frac{V_1}{V_2} \right). \quad (5)$$

Према једначини стања за један мол гаса можемо писати

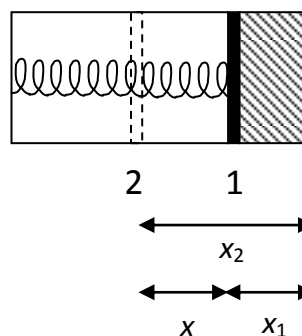
$$p_1 V_1 = n R T_1, \quad p_2 V_2 = n R T_2. \quad (6)$$

Замјеном друге од релација (6) у релацију (5), налазимо

$$\frac{T_1}{T_2} - 1 = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{V_1}{V_2} \right) \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{3} \left( 4 - \frac{V_1}{V_2} \right) \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4 - \frac{V_1}{V_2}}. \quad (7)$$

Дијелењем (6), уз примјену (7), имамо

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4 \frac{V_2}{V_1} - 1}. \text{ Замјеном бројних вриједности добијамо:}$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4-0,4} = 0,833, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{4 \cdot 2,5 - 1} = \frac{1}{3} = 0,333.$$

3. Отпор проводника  $R_p = \rho \frac{2l}{S} = 22,4 \Omega$ . Отпор сијалице  $R_s = \frac{U^2}{P} = 144 \Omega$ . Струју у овом случају налазимо из  $E = I_1(R_p + R_s)$ ,  $I_1 = E/(R_p + R_s)$ ,  $I_1 = \frac{E}{(R_p + R_s)} = 0,84 \text{ A}$ , док је напон  $U_1 = I_1 R_s = 120,96 \text{ V}$ . Када се двије исте сијалице вежу паралелно, еквивалентни отпор  $R_e = \frac{R_s}{2} = 72 \Omega$ . Јачина струје која тече у овом случају  $I_2 = \frac{E}{(R_p + R_e)} = 1,483 \text{ A}$ . Напон на сијалици када су оне паралелно везане  $U_2 = I_2 R_e = 106,78 \text{ V}$ . Тражена промјена напона је  $\Delta U = U_2 - U_1 = -14,18 \text{ V}$ .

4. Прије уметања плоче диелектрика напон и капацитет су:

$U_0 = E_0 d = (\sigma/\epsilon_0) d = 100 \text{ V}$  (1),  $C_0 = \epsilon_0 (S/d)$ ,  $C_0 = 8,85 \text{ pF}$ , гдје је  $\sigma = Q/S$  (2) површинска густина наелектрисања.

а) Након уметања диелектрика напон је:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = E_1 d_1 + E_2 a + E_3 d_2 = (\sigma/\epsilon_0) d_1 + (\sigma/\epsilon_0 \epsilon_r) a + (\sigma/\epsilon_0) d_2, \text{ тј.}$$

$$U = \sigma/\epsilon_0 (d_1 + d_2) + (\sigma/\epsilon_0 \epsilon_r) a = \sigma/\epsilon_0 (d - a) + (\sigma/\epsilon_0 \epsilon_r) a, \text{ или}$$

$$U = d (\sigma/\epsilon_0) (1 - a/d + a/d \epsilon_r) = 80 \text{ V}, \text{ гдје је узето у обзир (1).}$$

Капацитет је сада  $C = Q/U = C_0 U_0/U = 11,07 \text{ pF}$ .

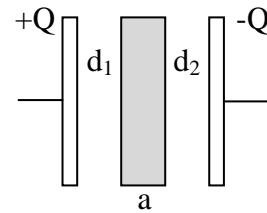
б) Ако уметнемо металну плочу, напон је (унутар металне плоче електрично поље је нула).

$$U_1 = E d_1 + 0 \cdot a + E d_2 = E (d_1 + d_2) = E (d - a),$$

$$U_1 = \sigma/\epsilon_0 (d - a) = (\sigma/\epsilon_0) d (1 - a/d) = U_0 (1 - a/d) = 70 \text{ V}.$$

Капацитет овог система је:

$$C_1 = Q/U_1 = C_0 U_0/U_1 = 12,65 \text{ pF}.$$



(Уметањем плоче настала су заправо два редно спојена кондензатора па се је капацитет могао добити и на следећи начин:

$$C_{eq} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = (\epsilon_0 S/d_1 \cdot \epsilon_0 S/d_2) / (\epsilon_0 S/d_1 + \epsilon_0 S/d_2) = \epsilon_0 S (1/d_1 + d_2)$$

$$C_{eq} = \epsilon_0 S / d (d/d - a) = C_0 (d/d - a) = 12,65 \text{ pF}.)$$

5. Нека је број молова почетног гасног стања азота  $n$  а број молова течног азота  $n_1$ . Тада се количина топлоте коју отпусти гасни азот при хлађењу троши дијелом на испаравање течног азота а дијелом на његово загријавање:

$$nC_V(T_0 - T_2) = n_1 \lambda + n_1 C_V(T_2 - T_1) \text{ (1)}. \text{ гдје је } T_0 = 293 \text{ K}, T_1 = 77 \text{ K} \text{ а } T_2 - \text{ температура гаса непосредно послје испаравања течног азота.}$$

Из једначине гасног стања на почетку (прије убризгавања течног азота) и на крају посматраног процеса (када течни азот испари и гас загријавањем поново доведен на почетну температуру):

$$p_0 V = nRT_0, \quad pV = (n + n_1)RT_0. \text{ Дијелењем ових једначина слиједи: } \frac{p}{p_0} = 1 + \frac{n_1}{n}, \text{ одакле налазимо}$$

$n_1 = 0,3n$ . Ако се то уврсти у (1) добија се:

$$C_V(T_0 - T_2) = 0,3\lambda + 0,3C_V(T_2 - T_1) \text{ те је } T_2 = \frac{C_V T_0 + 0,3C_V T_1 - 0,3\lambda}{1,3C_V}, T_2 = 182,1 \text{ K или } -90,9^\circ \text{C}.$$

Пошто је запремина суда константна:  $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p}{T_0}$  одакле слиједи да је  $p_2 = p \frac{T_2}{T_0}$ ,  $p_2 = 0,81 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .