

**23. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА  
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (19. мај 2018)**

**IX РАЗРЕД**

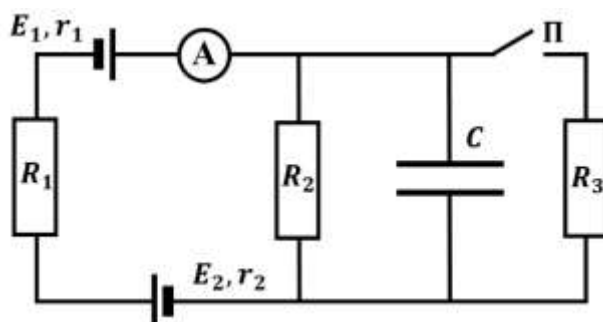
1. Једано од највећих филмских остварења научне фантастике је филм Стенлија Кјубрика (*Stanley Kubrick*) „2001: Одисеја у свемиру“ (*2001: A Space Odyssey*). Између осталог, у једном дијелу филма главни глумац, научник и астронаут др Дејвид Боумен (*David Bowman*), кога тумачи амерички глумац Кир Дјулеј (*Keir Dullea*), на свом свемирском броду „Откриће“ (*Discovery One*) путује према Јупитеру. У овом задатку ћемо замислити да се Дејвид спушта на површину Јупитера држећи у руци часовник са клатном који на Земљи показује тачно вријеме. Како се први пут нашао на површини ове планете, покушао је да скочи и примијетио да достиже 2,5 пута мању максималну висину у односу на ону коју би достигао да на Земљи скочи истом почетном брзином.

(а) За колико процената би Дејвид требао да повећа дужину клатна часовника тако да би он показивао исто вријеме као на Земљи?

(б) Маса Јупитера је око 317,8 пута већа од масе Земље. Ако је познато да полупречник Земље износи 6370 km, одредити полупречник планете Јупитер.

2. Радник вари два комада метала помоћу уређаја за заваривање који је повезан са секундарним калемом трансформатора. Кроз уређај за заваривање протиче струја од 100 А. Примарни калем трансформатора укључен је у градску мрежу напона 220 V. Ако је јачина струје која протиче кроз примарни калем 1 А одредити напон на секундарном калему. Ако је број навојака примарног калема за 990 већи од броја навојака секундара, одредите број навојака који садрже примарни и секундарни калем трансформатора.

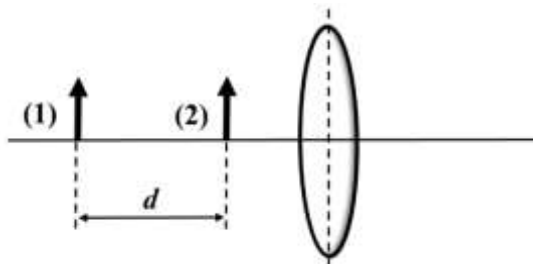
3. У електричном колу приказаном на слици 1. налазе се: извор непознате електромоторне силе  $E_1$  и унутрашње отпорности  $r_1 = 20 \Omega$ , извор електромоторне силе  $E_2 = 15 V$  и унутрашње отпорности  $r_2 = 30 \Omega$  и три отпорника отпорности  $R_1 = 75 \Omega$  и  $R_2 = R_3 = 100 \Omega$ . Прекидач П је отворен, а реални амперметар унутрашње отпорности  $R_A = 25 \Omega$  показује јачину струје  $I_A = 100 mA$ . Након тога се прекидач П затвори а до успостављања новог стационарног стања кроз грану са кондензатором протекне количина наелектрисања  $\Delta q = -30 \mu C$ . Одредити електричну капацитивност кондензатора  $C$ . Сматрати да је амперметар све вријеме укључен у коло.



Слика 1

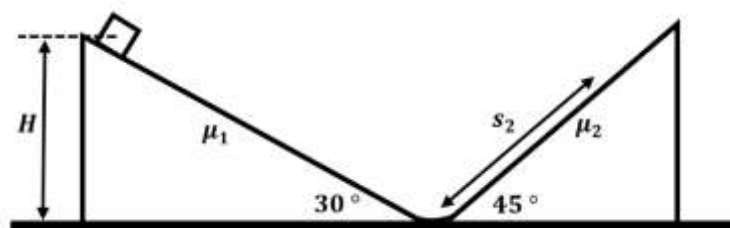
4. Данило и Марија су се на часу физике игали танким сабирним сочивом. Када је Данило поставио предмет у положај (1) као на слици 2. формирао се *реалан, обрнут* и *два пута увећан* лик. Марија је питала Данила на који начин може да се формира лик са *истим увећањем* али да буде *имагинаран* и *усправан*. Тада је Данило помјерио предмет из положаја (1) у положај (2), а формиран лик је био баш онакав како га је Марија замислила. Удаљеност између положаја (1) и (2) износи  $d = 15 \text{ cm}$ .

- (а) конструисати лик предмета када се он налази у положају 1
- (б) конструисати лик предмета када се он налази у положају 2
- (в) одредити жижну даљину сочива.



Слика 2

5. На слици 3. је представљен систем од двије непокретне стрме равни које су чврсто спојене једна за другу. Познато је да се коефицијенти трења ових равни  $\mu_1$  и  $\mu_2$  односе као  $\mu_1 : \mu_2 = 2 : 3$ . Са врха прве равни, који се налази на висини  $H = 76 \text{ cm}$  у односу на хоризонталну подлогу, пусти се мало тијело да слободно клизи. Након неког времена тијело се зауставља на другој равни, прешавши зауставни пут  $s_2 = 77 \text{ cm}$  (погледати слику). Одредити максималну брзину коју достиже тијело при оваквом кретању. ( $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ )



Слика 3

Задатке припремили: Борис Баришић и Милко Бабић  
Рецензент: др Ненад Сакан, Институт за физику Београд

## РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IX РАЗРЕД

1. Максимална висина коју астронаут достиже на Земљи је  $h_Z = \frac{v_0^2}{2g_Z}$ , а на Јупитеру

$h_J = \frac{v_0^2}{2g_J}$ . Како важи:  $\frac{h_Z}{h_J} = \frac{\frac{v_0^2}{2g_Z}}{\frac{v_0^2}{2g_J}} = \frac{g_J}{g_Z} = 2,5$  слиједи да је:  $g_J = 2,5g_Z$  (1). Да би

часовници показивали исто вријеме мора да важи  $T_Z = T_J$ , односно  $2\pi\sqrt{\frac{l_Z}{g_Z}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_J}{g_J}}$ .

Сређивањем израза и уз (1) добија се  $l_J = 2,5l_Z$ , а релативна промјена дужине

$$\delta l = \frac{l_J - l_Z}{l_Z} = \frac{2,5l_Z - l_Z}{l_Z} = 1,5 \text{ односно у процентима } \delta l(\%) = 150\% .$$

Гравитациона сила која дјелује на тијело масе  $m$  које мирује на површини Земље износи  $F_g = \gamma \frac{mM_Z}{R_Z^2}$  а његова тежина је  $Q = mg_Z$ . Како важи  $F_g = Q$  слиједи да је

$$g_Z = \gamma \frac{M_Z}{R_Z^2} \text{ (2)} .$$

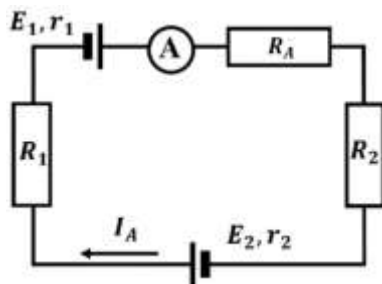
Аналогно, гравитационо убрзање на површини Јупитера износи  $g_J = \gamma \frac{M_J}{R_J^2}$  (3)

Замјеном (2) и (3) у (1) уз  $M_J = 317,8M_Z$  слиједи  $R_J = R_Z \sqrt{\frac{M_J}{2,5M_Z}} = R_Z \sqrt{\frac{317,8}{2,5}}$   $R_J = 71820 \text{ km}$ .

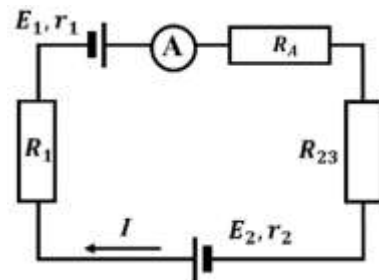
2. Из једначине трансформатора  $\frac{U_p}{U_s} = \frac{I_s}{I_p}$  слиједи  $U_s = \frac{U_p I_p}{I_s}$   $U_s = 2,2 \text{ V}$ .

Такође важи  $\frac{U_p}{U_s} = \frac{n_p}{n_s}$  или  $\frac{n_p}{n_s} = 100$ , из услова задатка  $n_p - n_s = 990$ . Рјешавањем посљедње двије једначине добија се  $n_p = 1000$  и  $n_s = 10$ .

3. Док је прекидач П отворен кроз кондензатор и отпорник  $R_3$  не протиче електрична струја. Представљањем реалног амперметра као редну везу идеалног амперметра и отпорника  $R_A$  коло се поједностављено може приказати као на слици 1.



Слика 1.



Слика 2.

Напон  $U_1$  на кондензатору је једнак напону на отпорнику  $R_2$ .  $U_1 = R_2 I_A$  (1)

На основу Омовог закона  $I_A = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_1 + R_2 + R_A}$  одакле слиједи:

$$E_1 = I_A (r_1 + r_2 + R_1 + R_2 + R_A) - E_2, \quad E_1 = 10 \text{ V} .$$

Када се прекидач П затвори у коло се укључује и отпорник  $R_3$  а кроз кондензатор и даље не тече струја. Напон на кондензатору  $U_2$  сада износи  $U_2 = R_{23} I$  (2) гдје је  $R_{23}$  еквивалентна отпорност паралелно везаних отпорника  $R_2$  и  $R_3$ , а  $I$  јачина струје у

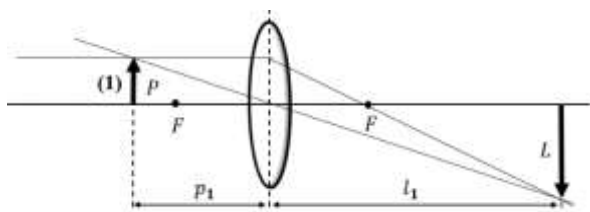
колу приказаном на слици 2  $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 50 \Omega$ . Примјеном Омовог закона за колу

на слици 2, струја  $I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R_1 + R_{23} + R_A}$ ,  $I = 0,125 A$ .

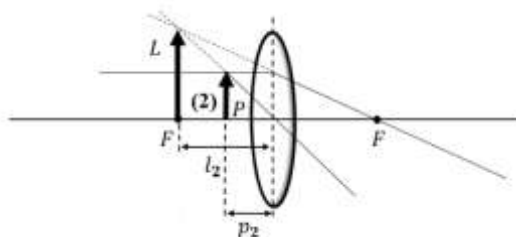
Проток наелектрисања кроз грану са кондензатором након затварања прекидача је последица промјене напона на њему са  $U_1 = \frac{q_1}{C}$  (3) на  $U_2 = \frac{q_2}{C}$  (4)

$\Delta q = q_2 - q_1$ , а на основу (1), (2), (3) и (4)

$\Delta q = C(U_2 - U_1) = C(R_{23}I - R_2 I_A)$  одакле коначно слиједи  $C = \frac{\Delta q}{R_{23}I - R_2 I_A}$ ,  $C = 8 \mu F$ .



Слика 3



Слика 4

4. (а) Како је формиран лик реалан, увећан и обрнут слиједи да се предмет налази непосредно испред предње жиже сочива (слика 3).

(б) Како је формиран лик имагинаран, увећан и усправан слиједи да се предмет налази између предње жиже и оптичког центра сочива (слика 4).

(в) Како се увећање сочива не мијења када се предмет помјери, тада је:

$$u = \frac{l_1}{p_1} = \frac{l_2}{p_2} = 2 \quad (1).$$

Лако је закључити да растојање  $d$  представља разлику удаљености предмета од сочива у положају 1 и положају 2:  $d = p_1 - p_2$  (2).

Када је лик реалан једначина сочива је:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$  (3),

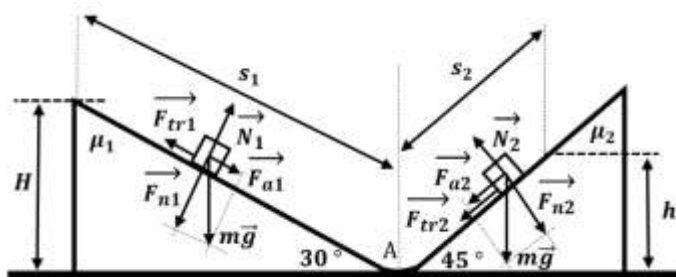
а када је лик имагинаран једначина сочива је:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{l_2}$  (4).

На основу (1), (2), (3) и (4)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{2p_1}$  (5) односно:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1 - d} - \frac{1}{2(p_1 - d)}$  (6).

Изједначавањем десних страна израза (5) и (6):  $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{2p_1} = \frac{1}{p_1 - d} - \frac{1}{2(p_1 - d)}$  (7)

Сређивањем израза (7) налазимо да је  $p_1 = \frac{3d}{2}$   $p_1 = 22,5 \text{ cm}$ .

Враћањем  $p_1$  у израз (5) или (6) коначно слиједи  $f = 15 \text{ cm}$ .



Слика 5.

5. Максималну брзину при свом кретању тијело достиже у тачки А (најнижа тачка путање, слика 5). До те тачке тијело убрзава, а даље успорава.

У почетном тренутку енергија тијела је  $E_0 = mgH$  (1) а у крајњем

$E_2 = mgh$  (2).

Гдје је  $h$  висина коју тијело достиже у тренутку заустављања:  $h = \frac{s_2\sqrt{2}}{2}$  (3) (допуна до квадрата). Како је  $E_0 > E_2$ , дио енергија одлази на рад потребан за савладавање силе трења  $A_{F_{tr}} = E_0 - E_2$  (4).

Са друге стране  $A_{F_{tr}} = F_{tr1}s_1 + F_{tr2}s_2$  (5) гдје су:  $F_{tr1} = \frac{mg\sqrt{3}}{2}\mu_1$  (6) сила трења на тијело дуж прве стрме равни  $s_1 = 2H$  (7) пут који тијело пређе крећући се по првој стрмој равни (допуна до једнакостраничног троугла).

$F_{tr2} = \frac{mg\sqrt{2}}{2}\mu_2$  (8) сила трења на тијело дуж друге стрме равни

$s_2$  пут који тијело пређе крећући се по површини друге стрме равни

На основу (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8) и  $\mu_1 : \mu_2 = 2 : 3$

$$H - \frac{s_2\sqrt{2}}{2} = H\mu_1\sqrt{3} + \frac{3s_2\mu_1\sqrt{2}}{4}, \text{ одакле слиједи } \mu_1 = \frac{4H - 2s_2\sqrt{2}}{4H\sqrt{3} + 3s_2\sqrt{2}} \quad \mu_1 = 0,1.$$

Кинетичка енергија тијела у тачки А износи  $E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}$  (9).

Као и у претходном случају важи  $A_{F_{tr1}} = E_0 - E_k = F_{tr1}s_1$  (10)

Замјеном (6), (7) и (9) у (10)  $gH - \frac{v_{max}^2}{2} = gH\mu_1\sqrt{3}$ , коначно

$$v_{max} = \sqrt{2gH(1 - \mu_1\sqrt{3})}, \quad v_{max} = 3,51 \frac{m}{s} \approx 3,5 \frac{m}{s}.$$