

**24. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (18.март 2017)**

I РАЗРЕД

1. Између двије тачке које се налазе са исте стране обале, на међусобном растојању од 140km , усмјерен је моторни чамац који иде низ ријеку и прелази то растојање за $5h$, а кад се креће уз ријеку за $12h$. Одредити брзину протјецања ријеке и брзину чамца у односу на воду.

2. Тијело је бачено вертикално увис са неке висине у односу на површину Земље. Почетна брзина тијела је 30m/s . Одредити брзину тијела након 10s и укупни пређени пут за то вријеме.

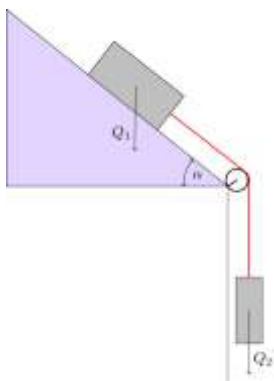
$(g = 9.81\text{m/s}^2)$

3. Тијело тежине $Q_1 = 20\text{N}$ се налази на путу који са основом гради угао од $\alpha = 30^\circ$ и са подлогом има коефицијент трења $k = 0.2$. Друго тијело тежине $Q_2 = 50\text{N}$ је везано концем који је пребачен преко котура и слободно виси (слика 1). Одреди убрзање тијела и силу затезања концца.

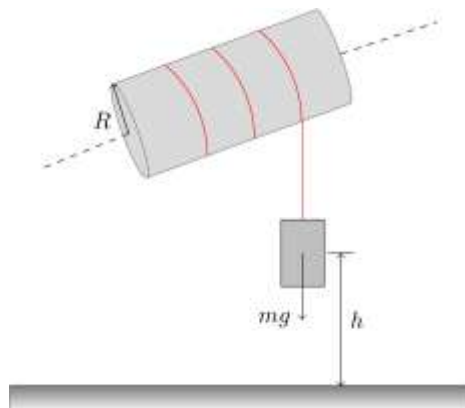
$(g = 9.81\text{m/s}^2)$

4. На ваљку полупречника 0.1m момента инерције $I = 9 \cdot 10^{-3}\text{kgm}^2$ намотано је уже на чијем крају виси тег масе $m = 0.1\text{kg}$ који се налази на висини 4.5m изнад Земље (слика 2). Ваљак ротира без трења. Колико обртаја направи ваљак за $t = 5\text{s}$ након пуштања тегца. $(g = 10\text{m/s}^2)$

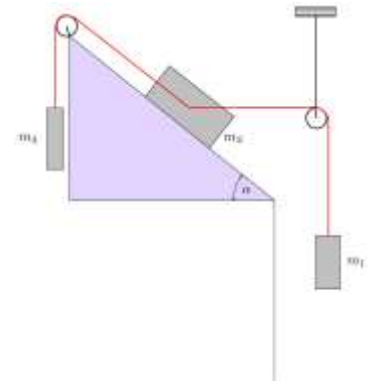
5. Три тијела маса m_1, m_2, m_3 везана су ужетом као на слици 3. Колика треба да буде маса m_3 да би тијело масе $m_2 = 3\text{kg}$ кренуло уз стрму раван. Коефицијент трења између тијела масе m_2 и стрме равни је $k = 0.2$, а маса $m_1 = 1\text{kg}$. Угао стрме равни је $\alpha = 30^\circ$. Трење у котуровима занемарити.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке припремио: Жељко Станишић, проф.
Рецензент: Проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1.

$s = 140\text{km}$, $t = 5\text{h}$. Ако моторни чамац иде низ ријеку, онда је брзина кретања у односу на обалу једнака збиру брзина чамца и ријеке $v_1 = v_C + v_R$ (1). Растојање од 140km се пређе за 5h , па је брзина чамца

$$v_1 = s/t, v_1 = 140\text{km}/5\text{h} = 28\text{km}/\text{h} = 7.78\text{m}/\text{s}. \quad (2)$$

$s = 140\text{km}$, $t = 12\text{h}$. Ако се моторни чамац креће уз ријеку, онда је његова брзина кретања према обали једнака разлици брзина чамца и ријеке $v_2 = v_C - v_R$ (3). Растојање од 140km се пређе за 12h па је брзина чамца према обали $v_2 = s/t$, $v_2 = 140\text{km}/12\text{h} = 11.67\text{km}/\text{h} = 3.24\text{m}/\text{s}$. (4)

Сабирањем једначине (1) и (3) добијамо израз за брзину чамца, $v_C = (v_1 + v_2)/2$, што након замене добијених бројних вредности (2) и (4), коначно даје: $v_C = 5.51\text{m}/\text{s}$. Из (1) налазимо брзину ријеке као $v_R = v_1 - v_C$, односно $v_R = 7.78\text{m}/\text{s} - 5.51\text{m}/\text{s} = 2.27\text{m}/\text{s}$.

2.

Тијело се креће равномерно успорено до висине H све док му брзина не постане једнака нули. Дакле, $v^2 = v_0^2 - 2gH$, односно $0 = v_0^2 - 2gH$, одакле је $H = v_0^2/(2g) = 45.87\text{m}$.

Вријеме за које достигне ову висину дато је са $H = gt^2/2$ (2). Комбинујући (1) и (2), тј. $gt^2/2 = v_0^2/(2g)$,

добијамо да је: $t = v_0/g = 3.06\text{s}$. Тијело се за исто вријеме, за које достигне висину H , врати у положај из којег је избачено тако да имамо да је $t_1 = 2t = 2v_0/g = 6.12\text{s}$. Преостало вријеме за кретање тијела је

$t_2 = 10\text{s} - t_1 = 10\text{s} - 6.12\text{s} = 3.88\text{s}$. Преостали пут на доле тијело се креће убрзано са почетном брзином која је једнака крајњој брзини којом се тијело вратило, тј.

$h = v_0 t + gt^2/2$, $h = 30\text{m}/\text{s} \cdot 3.88\text{s} + 9.81\text{m}/\text{s}^2 \cdot 3.88^2\text{s}^2/2 = 116.40\text{m} + 73.84\text{m}$, $h = 190.24\text{m}$. Укупни пређени пут при кретању тијела је $s_u = 2H + h = 281.98\text{m}$, док је брзина тијела након 10s дата изразом:

$v = v_0 + gt$. Након замјене бројних вредности добијамо:

$$v = 30\text{m}/\text{s} + 9.81\text{m}/\text{s}^2 \cdot 3.88\text{s} = 68.06\text{m}/\text{s}.$$

3.

На тијело масе m_2 дјелују, према слици, тежина тијела Q_2 и сила затезања T , тако да према II Њутновом закону можемо писати: $m_2 a = Q_2 - T$. (1)

На тијело масе m_1 дјелују силе F_1, T и F_{tr} , тј. $m_1 a = F_1 + T - F_{tr}$. (2)

Сабирањем једначине (1) и (2) имамо $(m_1 a + m_2 a) = Q_2 + F_1 - F_{tr}$, одакле је убрзање система тијела једанко $a = (Q_2 + F_1 - F_{tr})/(m_1 + m_2)$. (3)

Са слике можемо писати следеће: $F_1 = Q_1 \sin \alpha$, $F_{tr} = kQ_1 \cos \alpha$. (4)

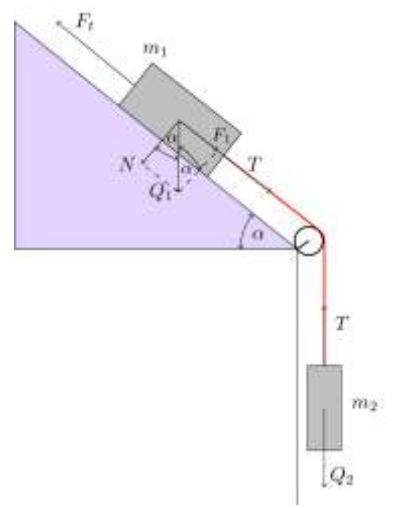
Заменом израза (4) у (3) добијамо $a = (Q_2 + Q_1 \sin \alpha - kQ_1 \cos \alpha)/(m_1 + m_2)$, што након замене бројних вредности за убрзање даје: $a = 7.92\text{m}/\text{s}^2$. Из једначине (1) налазимо силу затезања као $T = Q_2 - m_2 a = Q_2 - (Q_2/g)a$,

или уврштавањем бројних вредности $T = 50\text{N} - (55\text{N}/9.81\text{m}/\text{s}^2)7.92\text{m}/\text{s}^2 = 50\text{N} - 40.37\text{N} = 9.63\text{N}$, односно $T = 9.63\text{N}$.

4.

Задато је $I = 9 \cdot 10^{-3}\text{kgm}^2$, $m = 0.1\text{kg}$, $R = 0.1\text{m}$, $h = 4.5\text{m}$, $t = 5\text{s}$, $g = 10\text{m}/\text{s}^2$, $n = ?$.

Користећи једначину кретања тијела и израз за момент силе који дјелује на ваљак и ротира га, може се одредити убрзање тијела. Наиме, можемо писати: $ma = mg - F_z$, $M = I\alpha = F_z R$, (1) односно



$I\alpha = F_z R \rightarrow Ia/R = F_z R$, тј. $F_z = Ia/R^2$. (2) Заменом једначине (2) у прву једначину система (1) имамо: $ma = mg - Ia/R^2$, $ma + Ia/R^2 = mg \rightarrow a = mg/(m + I/R^2) = 1m/s^2$. Време падања тега са ове висине је $t_0 = \sqrt{2h/a} = 3s$. Како је $t > t_0$, онда је пређено угаоно растојање дато изразом: $\Theta_0 = \alpha t_0^2 / 2 = at_0^2 / (2R) = 45rad$.

Угаона брзина ваљка у тренутку када тијело додирне подлогу се рачуна по формули $\omega = \omega_0 + \alpha t_0$. Како је $\omega_0 = 0$, онда је $\omega = \alpha t_0$. С друге стране је $a = \alpha R \rightarrow \alpha = a/R$, па је $\omega = a/R \cdot t_0$ или $\omega = (1/0.1) \cdot 3 = 30rad/s$.

Када тијело падне на подлогу ваљак се обрће равномерно константном угаоном брзином па угаони помјерај налазимо као $\omega = \Theta / \Delta t$, $\Theta = \omega \Delta t$, тј. $\Theta = 30rad(5s - 3s) = 60rad$. Према томе, укупан угаони померај једнак је $\Theta_U = \Theta_0 + \Theta = 45rad + 60rad = 105rad$. С друге стране важи:

$\Theta_U = \omega t = 2\pi n / t \cdot t = 2\pi n$, тј. $\Theta_U = 2\pi n$, одакле налазимо број обртаја као $n = \Theta_U / (2\pi)$. Коначно након замене бројних вредности добијамо: $n = 105rad / (2 \cdot 3.14rad) = 16.7$ обртаја, тј. $n = 16.7$ обртаја.

Дакле, ваљак направи 16.7 обртаја од тренутка пуштања тега, тј. за вријеме од 5 секунди.

5.

$m_1 = 1kg$, $m_2 = 3kg$, $k = 0.2$, $\alpha = 30^\circ$, $m_3 = ?$

На тијело масе m_2 на стрмој равни дјелују силе чији збир представља отпорну силу F_O , која је дата следећим изразом: $F_O = F_{rr} + T_1 + T_2$. Са слике се јасно види да је $T_1 = F_{z_{z1}} \cos \alpha = m_1 g \cos \alpha$, $F_{z_{z1}} = m_1 g$, $T_2 = m_2 g \sin \alpha$, $F_{rr} = k(N_2 - N_1)$, $N_2 = m_2 g \cos \alpha$, $N_1 = m_1 g \sin \alpha$,

$F_{rr} = k(m_2 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha)$ односно

$F_O = k(m_2 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha) + m_1 g \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha$.

На кретање тијела масе m_2 уз стрму раван дјелује сила затезања F_{z3} . Услов да тијело крене уз стрму раван је да $F_{z3} \geq F_O$, при чему је сила затезања једнака $F_{z3} = m_3 g$. Дакле,

$m_3 g \geq k(m_2 g \cos \alpha - m_1 g \sin \alpha) + m_1 g \cos \alpha + m_2 g \sin \alpha$,

односно

$m_3 \geq k(m_2 \cos \alpha - m_1 \sin \alpha) + m_1 \cos \alpha + m_2 \sin \alpha$, или након

замене бројних вредности имамо

$m_3 \geq 0.2(3kg \cos 30^\circ - 1kg \sin 30^\circ) + 1kg \cos 30^\circ + 3kg \sin 30^\circ$

$m_3 \geq 0.2(3kg \cdot 0.86 - 1kg \cdot 0.5) + 1kg \cdot 0.86 + 3kg \cdot 0.5 = 2.78kg$.

Према томе, тијело масе m_2 се може кретати уз стрму раван ако је маса тијела m_3 већа од $2.78kg$.

