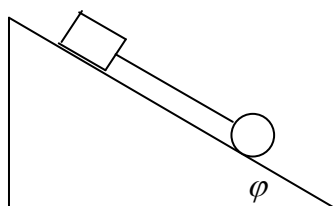


**23. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (2. април 2016.)**

IV РАЗРЕД

1. Релативистичка честица масе m и кинетичке енергије T_1 судара се апсолутно нееластично са истом таквом честицом која мирује. Наћи масу и брзину честице која се добије у судару.
2. Освјетљавањем аноде из ње се избијају фотоелектрони, који се на путу од $3,5\text{ cm}$ према катоди заустављају. Између електрода влада задржавајућа потенцијална разлика од 50 V , а електроде се налазе на растојању од 10 cm . Колика је таласна дужина употребљене монохроматске светлости, ако је излазни рад материјала од кога је начињена анода 20 eV . ($h = 6.62 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$, $c = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$)
3. Изотопи уран-235 и уран-238 које налазимо на Земљи створени су још прије њена настанка бурним нуклеарним процесима у свемиру. Данас је удио U-235 у природном урану $0,72\%$, а удио U-238 је $99,28\%$. Израчунајте приближно колики је био удио тих изотопа на Земљи у вријеме њена настанка, прије $4,5 \cdot 10^9$ година. При рјешавању узети да је старост Земље приближно једнака времену полураспада изотопа U-238 и да између времена полураспада изотопа U-238 и изотопа U-235 постоји приближан однос $T_{1/2}(\text{U-238})=6T_{1/2}(\text{U-235})$.
4. Хомогени ваљак чија је маса 8 kg и метални блок, чија је маса 4 kg , налазе се на стрмој равни (слика испод) која заклапа угао од 30° са хоризонталном равни. Блок је везан за осовину ваљка неистегљивим концем занемарљиве масе. Коефицијент трења између блока и равни је $0,2$. Колико је убрзање система, ако се ваљак котрља без клизања? Занемарити трење у осовини ваљка.



5. Један мол хелијума (једноатомски гас) се загријава у процесу за који је моларни топлотни капацитет $2R$. Током процеса запремина се учетворостручи. Одредити однос температура гаса, T_2/T_1 ?

Задатке припремио: Милко Бабић

Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1. Према закону одржања импулса и енергије: $p = P$ (1) и $T_1 + 2E_0 = E$ (2) гдје су P и E импулси и енергија новонастале честице. $E^2 = P^2c^2 + M^2c^4$ (3) и $E_0 = mc^2$ (4).

Квадрирањем (2) и користећи (3), (1) и (4) као и везу између импулса и кинетичке енергије $p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T + 2mc^2)}$ добија се:

$$(T_1 + 2mc^2)^2 = p^2c^2 + M^2c^4 = T_1(T_1 + 2mc^2) + M^2c^4. \text{ Из ове једначине лако налазимо:}$$

$$2mc^2T_1 + 4m^2c^4 = M^2c^4, \text{ одакле је } M = \frac{\sqrt{2mT_1 + 4m^2c^2}}{c}. \text{ Нека је брзина те честице } u,$$

онда можемо писати: $E = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{Pc^2}{u}$. (5) гдје је $P = \frac{Mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$. Из (5) се налази

брзина: $u = \frac{Pc^2}{E} = \frac{Pc^2}{T_1 + 2E_0}$, односно

$$u = \frac{c\sqrt{T_1(T_1 + 2E_0)}}{T_1 + 2E_0} = c\sqrt{\frac{T_1}{T_1 + 2mc^2}}.$$

2. Кинетичка енергија електрона једнака је раду електричног поља на премјештању електрона од аноде до мјеста заустављања (x) па је: $h\nu = eU_x + A$.

Електрично поље између аноде и катоде може се сматрати хомогеним и свуда истог интензитета, тј. $\frac{U_x}{x} = \frac{U}{d}$. Елиминисањем U_x у полазној једначини, остаје нам ν као непозната величина. На основу тога се може одредити таласна дужина

употребљене светлости: $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{eU \frac{x}{d} + A_0}$.

Заменом датих бројних вредности добија се $\lambda \approx 33nm$.

3. $T_{1/2}(U-238) = 4,5 \cdot 10^9$ година, (1) $T_{1/2}(U-235) = (1/6) \cdot 4,5 \cdot 10^9$ година = $0,75 \cdot 10^9$ година (2)

Старост Земље $t_z = 4,5 \cdot 10^9$ година, или изражена помоћу времена полураспада U-238 $t_z = 1 \cdot T_{1/2}(U - 238)$.

Маса U-238 на Земљи данас је два пута мања него што је била у доба настанка Земље,

$$\text{тј. } m_{tz}(U - 238) = \frac{1}{2^1} m_0(U - 238). \quad (3)$$

Старост Земље се може изразити помоћу времена полураспада урана:

$$t_z = 6T_{1/2}(U - 235).$$

$$\text{Количина U - 235 данас је: } m_{tz}(U - 235) = \frac{1}{2^6} m_0(U - 235) = \frac{1}{64} m_0(U - 235). \quad (4)$$

Из (3) и (4) слиједи да су количине урана-238 и урана-235 у вријеме настанка Земље биле:

$$m_0(U - 238) = 2m_{tz}(U - 238), \quad \text{односно } m_0(U - 235) = 64m_{tz}(U - 235).$$

$$\text{Њихов однос је: } \frac{m_0(U - 238)}{m_0(U - 235)} = \frac{1}{32} \frac{m_{tz}(U - 238)}{m_{tz}(U - 235)}. \quad (5)$$

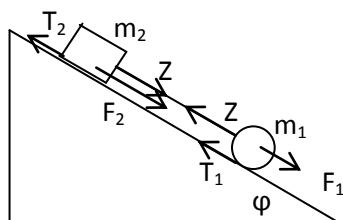
Узевши у обзир да је данас у природном урану 99,28% изотопа U-238 и 0,72% изотопа

$$\text{U-235, можемо писати: } \frac{m_{tz}(U - 238)}{m_{tz}(U - 235)} = \frac{99,28}{0,72} \approx 138. \quad (6)$$

$$\text{Уврштавањем (5) у (6) коначно добијамо: } \frac{m_0(U - 238)}{m_0(U - 235)} = \frac{1}{32} \cdot 138 \approx 4,3.$$

У вријеме настанка Земље удио урана - 238 је био само неколико пута већи од удјела урана - 235.

$$4. \quad \varphi = 30^\circ, \quad m_1 = 8\text{kg}, \quad m_2 = 4\text{kg}, \quad \mu = 0,2$$



У правцу кретања на блок дјелују компоненте силе теже $F_2 = m_2 g \sin \varphi$, сила затезања конца Z и насупрот њима сила трења $T_2 = \mu m_2 g \cos \varphi$. Према II Њутновом закону $m_2 a = F_2 + Z - T_2$, или

$$m_2 a = m_2 g \sin \varphi + Z - \mu m_2 g \cos \varphi. \quad (1)$$

Транслаторно кретање ваљка условљавају компонента силе теже $F_1 = m_1 g \sin \varphi$, њој супротна сила затезања конца Z и сила трења T_1 , тако да је: $m_1 a = F_1 - Z - T_1$ или

$$m_1 a = m_1 g \sin \varphi - Z - T_1. \quad (2)$$

Оба дијела система, ваљак и блок, крећу се истим убрзањем, пошто је конач којим су повезани неистегљив.

Угаоно убрзање ваљка условљава момент силе трења чији је интензитет $T_1 r$, тако да

је: $I \alpha = T_1 r$, гдје је $I = \frac{m_1 r^2}{2}$ момент инерције ваљка. Пошто нема клизања при

котрљању ваљка, угаоно убрзање α и убрзање центра масе ваљка задовољавају релацију: $\alpha = \frac{a}{r}$. Према томе: $T_1 = \frac{m_1 a}{2}$.

Увршавањем нађене вредности за T_1 у једначину (2), након сређивања, добија се

$$\frac{3}{2}m_1 a = m_1 g \sin \varphi - Z. \quad (3)$$

Решавање система једначина (1) и (3) по a , добијамо:

$$a = \frac{(m_1 + m_2) \sin \varphi - \mu m_2 \cos \varphi}{1,5m_1 + m_2} g. \quad \text{Замјеном бројних вредности имамо}$$

$$a = \frac{(8\text{kg} + 4\text{kg}) \sin 30^\circ - 0,2 \cdot 4\text{kg} \cos 30^\circ}{1,5 \cdot 8\text{kg} + 4\text{kg}} 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \text{што након израчунавања даје:}$$

$$a \approx 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

5. За један мол гаса $p \cdot V = RT$. По дефиницији моларни топлотни капацитет је $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ односно, $\Delta Q = C \Delta T$, гдје је $C = 2R$. На основу првог закона термодинамике је:

$\Delta Q = \Delta U + p \Delta V$ (1). Како је хелијум је једноатомски гас, унутрашња енергија је

$$U = \frac{3}{2} RT, \quad \text{па је одговарајућа промена: } \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T. \quad \text{Уврштавањем у (1), добијамо}$$

$$2R \Delta T = \frac{3}{2} R \Delta T + p \Delta V, \quad \text{односно } \frac{1}{2} R \Delta T = p \Delta V. \quad \text{Пошто је } p = \frac{RT}{V}, \quad \text{онда је}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta V}{V}. \quad \text{Преласком са коначних разлика на диференцијално мале}$$

величине ($\Delta T, \Delta V \rightarrow dT, dV$), добијамо $\frac{1}{2} \frac{dT}{T} = \frac{dV}{V}$, одакле елементарном

$$\text{интеграцијом } \frac{1}{2} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad \text{добијамо } \frac{1}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad \text{Узимајући у обзир услов}$$

задатка, $V_2 = 4V_1$, коначно налазимо тражени однос температура: $T_2 / T_1 = 16$.