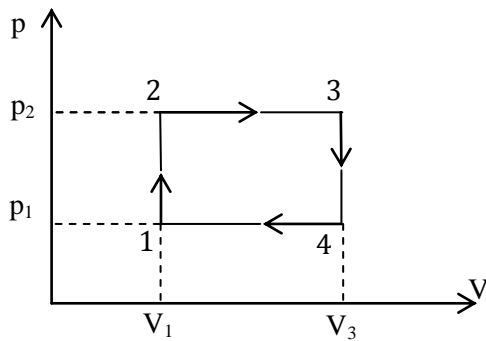


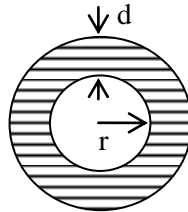
**22. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (18. април 2015)**

II РАЗРЕД

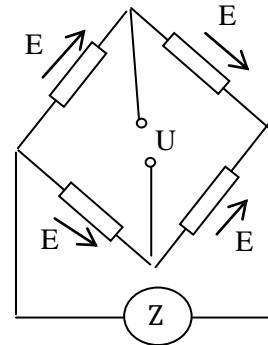
1. Идеални гас врши рад, при чему се тање гаса мијења по затвореном циклусу приказаном на слици 1. Температуре гаса у стањима 1 и 3 су $T_1 = 300\text{ K}$ и $T_3 = 1200\text{ K}$ а тачке 2 и 4 леже на једној изотерми. Колики рад изврши 1 mol гаса у циклусу? $R = 8,314\text{ J/mol K}$



слика 1



слика 2



слика 3

2. На стакленој куглици полупречника $r = 1\text{ cm}$ налази се слој плута дебљине $d = 7\text{ mm}$ приказан на слици 2. Хоће ли куглица са плутом пливати у бензину? Густине стакла, плута и бензина су $\rho_s = 2500\text{ kg/m}^3$; $\rho_p = 240\text{ kg/m}^3$; $\rho_b = 730\text{ kg/m}^3$.

3. Двије куглице се крећу у истом смјеру при чему им тежишта леже на заданом правцу. Масе куглица су m_1 и m_2 а брзине v_1 и v_2 . Претпостављајући да на куглице не дјелују спољашње силе и да су куглице идеално еластичне израчунати брзине куглица након судара.

4. Загријавамо 1 kg леда температуре -10^0 C . Потребну количину топлоте доводимо константном снагом 330 W све док се вода настала из леда потпуно не испари. Колика је укупна потребна количина топлоте и потребно вријеме? Нацртати зависност температуре од времена загријавања. (Специфични топлотни капацитет леда $c_1 = 2,1 \cdot 10^3\text{ J/kg} \cdot \text{K}$, специфични топлотни капацитет воде $c_2 = 4,19 \cdot 10^3\text{ J/kg} \cdot \text{K}$, специфична топлота топљења леда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5\text{ J/kg}$, специфична топлота испаравања воде $r = 2,26 \cdot 10^6\text{ J/kg}$).

5. Четири извора струје сваки електромоторне силе E и унутрашњег отпора r спојена су у четвороугао на начин приказан на слици 3. У једној дијагонали четвороугла налази се извор једносмјерног или наизмјеничног напона U с унутрашњим отпором R , а на другу дијагоналу прикључен је потрошач с отпором Z . Треба одредити јачине струја у сваком поједином воду.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1. Рад се врши при изобарским процесима $2 \rightarrow 3$ и $4 \rightarrow 1$. Укупна рад је:

$$A = A_1 + A_2 = p_2(V_3 - V_1) + p_1(V_1 - V_3) \quad A = p_2V_3 - p_2V_1 + p_1V_1 - p_1V_3$$

На основу једначине стања гаса за 1 mol $pV = RT$

$$A = RT_3 - RT_2 + RT_1 - RT_2 \quad A = RT_3 + RT_1 - 2RT_2$$

На основу изопроцеса: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_4}{T_3} \quad T_2 = T_4$

Имамо: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$. Тражени рад $A = RT_3 + RT_1 - 2R\sqrt{T_1 T_3}$

$$A = R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2 \quad A \approx 2494 \text{ J}$$

2.

$$r = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m};$$

$$d = 7 \text{ mm} = 0,007 \text{ m}; \rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3; \rho_p = 240 \text{ kg/m}^3; \rho_b = 730 \text{ kg/m}^3 \text{ Маса плута}$$

$$m_p = v_p \cdot \rho_p \text{ Маса стаклене куглице } m_s = v_s \cdot \rho_s$$

Густина стаклене куглице с омотачем од плута: $\rho = \frac{m_p + m_s}{V_p + V_s}$

$$\rho = \frac{V_p \rho_p + V_s \cdot \rho_s}{V_p + V_s}$$

Запремина стаклене куглице: $v_s = \frac{4}{3} r^2 \pi$. Запремина омотача од плута

$$v_p = \frac{4}{3} \pi [(r+d)^3 - r^3]$$

Уврштавамо изразе за запремину у израз за густину $\rho = \frac{\frac{4}{3} \pi [(r+d)^3 - r^3] \rho_p + \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho_s}{\frac{4}{3} \pi [(r+d)^3 - r^3] + \frac{4}{3} \pi r^3}$

$$\rho = \frac{[(r+d)^3 - r^3] \rho_p + r^3 \rho_s}{(r+d)^3 - r^3 + r^3} \quad \rho = \frac{[(0,01 \text{ m} + 0,007 \text{ m})^3 - (0,01 \text{ m})^3] \cdot 240 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + (0,01 \text{ m})^3 \cdot 2500}{(0,01 \text{ m} + 0,007 \text{ m})^3}$$

$$\rho = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Густина бензина је већа од густине стаклене куглице с омотачем од плута па куглица плива у бензину.

3. Према закону одржања количине кретања: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$

$$m_1v_1 - m_1u_1 = m_2u_2 - m_2v_2 \quad m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2) \quad (*)$$

Закон одржања енергије: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$;

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2) \quad (**)$$

Подијелимо једначине (**) и (*): $\frac{m_1(v_1^2 - u_1^2)}{m_1(v_1 - u_1)} = \frac{m_2(u_2^2 - v_2^2)}{m_2(u_2 - v_2)}$;

$$\frac{(v_1 - u_1)(v_2 + u_1)}{v_1 - u_1} = \frac{(u_2 - v_2)(u_2 + v_2)}{u_2 - v_2} \quad v_1 + u_1 = u_2 + v_2; \quad u_2 = v_1 - v_2 + u_1 \quad (***)$$

Једначину (***) уврштавамо у једначину (*) $m_1(v_1 - u_1) = m_2(v_1 - v_2 + u_1 - v_2)$

$$m_1v_1 - m_1u_1 = m_2v_1 - 2m_2v_2 + m_2u_1; \quad m_1u_1 + m_2u_1 = m_1v_1 - m_2v_1 + 2m_2v_2$$

$$u_1(m_1 + m_2) = v_1(m_1 - m_2) + 2m_2v_2 / : m_1 + m_2; \quad u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2$$

$$u_2 = v_1 - v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2$$

$$4. m = 1kg \quad C_1 = 2,1 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \quad C_2 = 4,19 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \quad t_1 = -10^0 C = 263K \quad t_2 = 0^0 C;$$

$$t_3 = 100^0 C = 373K \quad \lambda = 3,35 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} \quad r = 2,26 \cdot 10^6 \frac{J}{kg} \quad p = 330W$$

Количина топлоте за загријавање воде од $-10^0 C$ до $0^0 C$ $Q_1 = mC_1(t_2 - t_1) = 21kJ$

Количина топлоте за отапање леда $Q_2 = m \cdot \lambda = 335kJ$

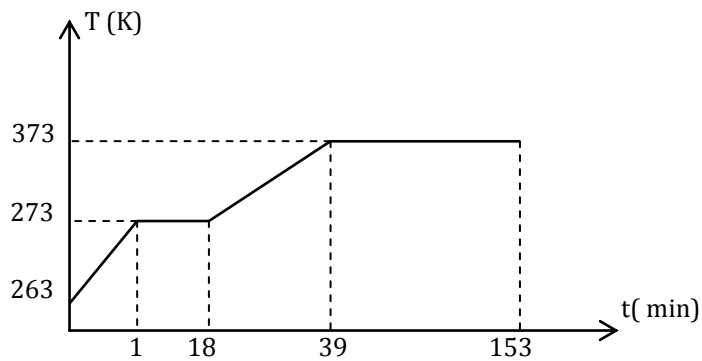
Количина топлоте за загријавање воде $Q_3 = mC_2(t_3 - t_2) = 419kJ$

Количина топлоте за испаравање воде $Q_4 = m \cdot r = 2260kJ$. Укупно потребна количина топлоте $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ $Q = 21kJ + 335kJ + 419kJ + 2260kJ$ $Q = 3035000J$

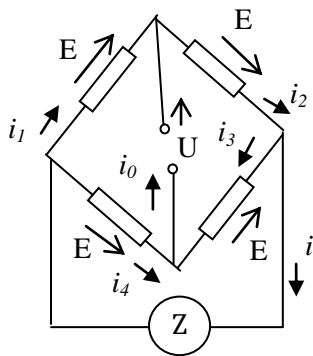
Вријеме укупно: $Q = P \cdot t$ $t = \frac{Q}{P}$ $t = \frac{3035000J}{330W}$ $t = 9197s \approx 153 \text{ min}$

$$t_1 = \frac{Q_1}{P} = 1 \text{ min} \quad t_2 = \frac{Q_2}{P} = 17 \text{ min} \quad t_3 = \frac{Q_3}{P} = 21 \text{ min} \quad t_4 = \frac{Q_4}{P} = 114 \text{ min}$$

Зависност температуре од времена загријавања



5. Према I Кирхофовом закону имамо: $i_0 + i_1 = i_2$ $i_3 + i = i_2$ $i_3 + i_4 = i_0$



Према II Кирхофовом закону имамо: $E - U - E = i_1 r - i_0 R - i_4 r$ $U + E - E = i_0 R + i_2 r + i_3 r$

$$E + E = i_4 r - i_3 r + i Z$$

$$i_0 + i_1 = i_2; \quad (1) \quad i_3 + i = i_2; \quad (2) \quad i_3 + i_4 = i_0; \quad (3)$$

$$-U = i_1 r - i_0 R - i_4 r; \quad (4) \quad U = i_0 R + i_2 r + i_3 r; \quad (5) \quad 2E = i_4 r - i_3 r + i Z \quad (6)$$

$$i = ? \quad i_0 = ? \quad i_1 = ? \quad i_2 = ? \quad i_3 = ? \quad i_4 = ?$$

Сабирамо (1) и (3) једначину: $i_0 + i_1 + i_3 + i_4 = i_2 + i_3$ $i_2 = i_1 + i_3 + i_4$ (7)

Сабирамо (4) и (5) једначину: $-U + U = i_1 r - i_0 R - i_4 r + i_0 R + i_2 r + i_3 r$ $0 = r(i_1 - i_4 + i_2 + i_3) / : r$

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3 \quad (8)$$

Једначину (8) уврштавамо у (7) $i_2 = i_1 + i_3 + i_1 + i_2 + i_3$ $2i_1 = -2i_3 / : 2$ $i_1 = -i_3$ (9)

Једначину (9) уврштавамо у (8) $i_4 = -i_3 + i_2 + i_3$ $i_2 = i_4$ (10)

Једначине (9) и (10) уврштавамо у (2) $i_3 + i = i_4 \quad i = i_4 - i_3$ (11)

Једначину (11) уврштавамо у (6) $2E = i_4 r - i_3 r + i Z \quad 2E = r(i_4 - i_3) + i Z \quad 2E = ir + i Z$

$$2E = (r + Z)i \quad i = \frac{2E}{r + Z}$$

Једначине (3) и (9) уврштавамо у (4) $-U = (i_1 - i_4)r - i_0 R \quad -U = (i_1 - i_0 + i_3)r - i_0 R$

$$-U = (-i_3 - i_0 + i_3)r - i_0 R \quad -U = -i_0 r - i_0 R / (-1) \quad U = (r + R)i_0 \quad i_0 = \frac{U}{r + R}$$

Једначине (1) и (2) одузимамо $i_0 + i_1 - i_3 - i = i_2 - i_2 \quad i_0 + i_1 = i_3 + i$ уврштавамо једн. (3)

$$i_0 + i_1 = -i_1 + i \quad 2i_1 = i - i_0 \quad i_1 = \frac{i}{2} - \frac{i_0}{2} \text{ уврштавамо једн. (9) } i_3 = \frac{i_0}{2} - \frac{i}{2}$$

Уврштавамо рјешење i_3 у једначину (3) $i_3 = i_0 - i_4 \quad \frac{i_0}{2} - \frac{i}{2} = i_0 - i_4 / \cdot 2 \quad i_0 - i = 2i_0 - 2i_4$

$$2i_4 = 2i_0 - i_0 + i \quad 2i_4 = i_0 + i \quad i_4 = \frac{i_0}{2} + \frac{i}{2} \quad \text{На основу једн (10) имамо: } i_2 = \frac{i_0}{2} + \frac{i}{2}$$