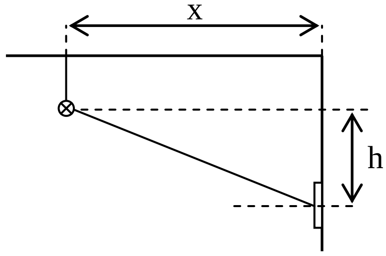
20. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (30. март 2013)

IV РАЗРЕД

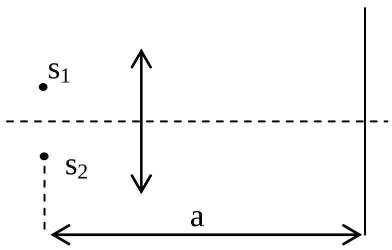
1. На зиду собе окачена је слика тако да јој је тежиште $h = 1{,}6\ \mathrm{m}$ испод сијалице (слика). На ком растојању **x** од зида треба поставити сијалицу тако да освјетљење слике буде максимално? Сматрати да је сијалица изотропан свјетлосни извор.



2. Од два кохерентна извора свјетлости s_1 и s_2 добија се интерферентна слика на екрану удаљеном $2\ \mathrm{m}$ (слика). Колико пута се промијени ширина интерферентних трака, ако се између извора и екрана постави сабирно сочиво жижне даљине $25\ \mathrm{cm}$? Размотрити два случаја:

а) растојање сочива од извора је $2 \cdot \mathrm{f}$,

б) извори су у жижној равни сочива.



3. Пројектил испаљен са хоризонталне подлоге експлодира на некој висини и разлети се на три дијела једнаких маса у највишој тачки путање. Један комад пада на подлогу послије t секунди након експлозије. Остала два комада падају истовремено послије $2t$ секунди након експлозије. На којој висини је експлодирао пројектил? Убрзање слободног пада је g .

4. Енергија мировања честице је $105{,}6 MeV,$ а сопствено вријеме њеног живота је $2 \cdot 10^{-6} s$. Колико растојање прелети у атмосфери та честица од тренутка настанка до распада ако је њена укупна енергија $3GeV$.

5. На дно цилиндричног суда пречника $D = 0{,}6\ m,$ направљен је отвор пречника $d = 0{,}8\ cm.$

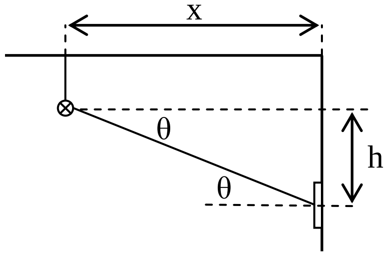
а) Наћи зависност брзине спуштања нивоа течности од висине h тог нивоа. Контракцију млаза занемарити.

б) Одредити за које вријеме ће истећи сва течност ако је ниво течности у суду $h = 1m$.

Задатке припремио: Богдан Мијатовић и Милко Бабић.
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1.



$$E=\frac{I}{r^2}\cos\theta\ ,\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ r=\sqrt{h^2+x^2}\ ,\ \cos\theta=\frac{x}{\sqrt{h^2+x^2}},$$

$$E=\frac{I\cdot x}{(h^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\ .\ \frac{dE}{dx}=0\ ,\ \frac{dE}{dx}=\frac{I(h^2-2x^2)}{(h^2+x^2)^{\frac{5}{2}}}\ ,$$

$$\frac{I(h^2-2x^2)}{(h^2+x^2)^{\frac{5}{2}}}=0,$$

$x_{max}=\frac{h}{\sqrt{2}}$, $x_{max}=1{,}13\ m$.

2.

Нека је растојање између извора s_1 и s_2 једнако d, а таласна дужина свјетлости λ. Тада је ширина интерферентне траке на екрану (тј. растојање између два узастопна минимума или максимума интерференције): $\Delta x=\frac{\lambda\cdot a}{d}$, $a=2m$ растојање извора од екрана.

а) Када се између извора и екрана постави сочиво, интерферентна слика на екрану одговора слагању таласа који полазе из тачке $s_1^{/}$ и $s_2^{/}$ - ликови тачака s_1 и s_2 у сочиву. Тачке $s_1^{/}$ и $s_2^{/}$ у овом случају налазиће се иза сочива, на растојању ℓ од њега: $\frac{1}{p}+\frac{1}{\ell}=\frac{1}{f}$, $\ell=\frac{p\cdot f}{p-f}$, $\ell=2\cdot f=p$. Растојање између тачака $s_1^{/}$ и $s_2^{/}$ означимо са $d^{/}$ и добија се из формуле за увећавање сочива: $u=\frac{L}{P}=\frac{\ell}{p}=1$. Дакле $d^{/}=d$ па је ширина нтерферентне траке: $\Delta x_1=\frac{\lambda\cdot(a-\ell-p)}{d^{/}}$. Према томе: $\Delta x_1=\frac{\lambda\cdot(a-4\cdot f)}{d}$, $\frac{\Delta x_1}{\Delta x}=\frac{a-4\cdot f}{a}$, $\frac{\Delta x_1}{\Delta x}=\frac{1}{2}$.

б) Ако је $p=f$, из једначине сочива добија се да $\ell\to\infty$, односно интерферентна слика на екрану добија се слагањем таласа који долазе из бесконачно далеких извора. Сада је: $u=\frac{d^{/}}{d}=\frac{\ell}{p}$, $\frac{d^{/}}{\ell}=\frac{d}{p}=\frac{d}{f}$. Ширина интерферентне траке је: $\Delta x_2=\frac{\lambda\cdot(a+\ell)}{d^{/}}=\frac{\lambda\cdot(a+\ell)}{\frac{d}{f}\ell}$

$\Delta x_2=\frac{\lambda f(a+\ell)}{d\ell}=\frac{\lambda f\left(\frac{a}{\ell}+1\right)}{d}$, а како $\ell\to\infty$, $\frac{a}{\ell}\to 0$, $\Delta x_2=\frac{\lambda f}{d}$ то је: $\frac{\Delta x_2}{\Delta x}=\frac{\frac{\lambda f}{d}}{\frac{\lambda\cdot a}{d}}=\frac{f}{a}$

, $\frac{\Delta x_2}{\Delta x}=\frac{1}{8}$.

3.

Са h означимо висину на којој је експлодирао пројектил, а са v_{1y}, v_{2y}, v_{3y} y- компоненте брзине дијелова у моменту експлозије. Брзина комада који пада након t секунди означимо са v_{1y} Пошто брзина пада зависи само од y компоненте брзине (вертикалне) у моменту експлозије: $v_{3y}=v_{2y}$. Једначине кретања за први и други комад, узимајући у обзир да у моменту пада на подлогу y-координата је једнака нули, су: $y=h+v_{1y}t-\frac{1}{2}gt^2=0$.

$y = h + v_{2y}(2t) - \frac{1}{2} g(2t)^2 = 0$. Пошто су масе сва три дијела једнаке и збир y - компоненти импулса у моменту експлозије једнак је нули (пројектил је експлодирао у највишој тачки путање), важи: $v_{1y} + v_{2y} + v_{3y} = 0$. Рјешавајући горње једначине добија се: $v_{1y} = -\frac{3}{4} gt$, $v_{2y} = v_{3y} = \frac{3}{8} gt$, а висина на којој је експлодирао пројектил $h = \frac{5}{4} gt^2$.

4.

Из $E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ добија се брзина којом се честица креће у атмосфери $v = c\sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}}$, а вријеме њеног живота у атмосфери је: $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau_0 \frac{E}{E_0}$. Слиједи:

$$s = v\tau = c\tau_0 \sqrt{\left(\frac{E}{E_0}\right)^2 - 1} \ , \ s \approx 17 km.$$

5.

Према Бернулијевој једначини имамо: $\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h = \frac{\rho v_2^2}{2}$, $v_1^2 + 2gh = v_2^2$ (1) , v_1 брзина спуштања нивоа течности, v_2 брзина истицања течности. С друге стране је

$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$. Замјеном v_2 у једначину (1) добијамо:

$v_1^2 = \frac{S_1^2}{S_2^2} v_1^2 - 2gh$, $v_1 = \frac{S_2\sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} = \frac{d^2\sqrt{2gh}}{\sqrt{D^4 - d^4}}$. Како је $D >> d$, следи

$v_1 \approx \frac{d^2}{D^2}\sqrt{2gh}$, одакле се за $d = D$ добија $v_1 = \sqrt{2gh}$, што је за очекивати.

б) $dx = v_1 dt = \frac{S_2\sqrt{2g}}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}\sqrt{x} dt$, $t = \frac{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}{S_2\sqrt{2g}}\int_0^h \frac{dx}{\sqrt{x}}$, $t = \frac{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}}{S_2\sqrt{2g}} 2\sqrt{h}$.

$t \approx 25{,}5 s$. $t \approx 2539{,}82 s = 42.3 \min$