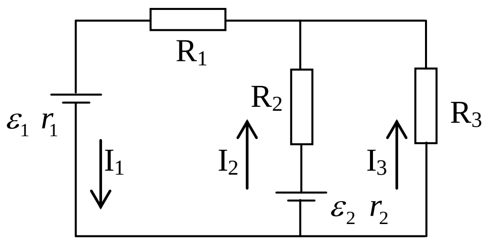
20. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (30. март 2013)

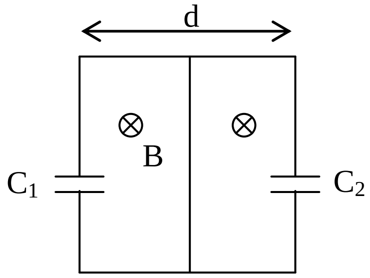
III РАЗРЕД

1. Три куглице једнаких наелектрисања, свака масе $m = 4\ g$, окачене су на танким изолаторским нитима дужине $\ell = 1\ m$. Тачке ослонца (вјешања) нити налазе се у истој тачки. Растојање између куглица износи $a = 5cm$. Колико је наелектрисање q сваке куглице? $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/Nm^2}$, $g = 9{,}81\mathrm{m/s^2}$.

2. Наћи интензитет струја I_1, I_2 и I_3 у колу на слици 1, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 1\mathrm{V}$, $\mathrm{r_1 = r_2 = r = 1\Omega}$ $\mathrm{R_1 = R_2 = R_3 = R = 10\Omega}$.



Слика 1



Слика 2

3. Два кондензтора су спојена идеалним проводницима и образују квадрат странице d (слика 2). Централни проводник дијели квадрат на два једнака дијела. Ово коло се налази у магнетном пољу које има правац нормалан на слику а смјер улази у слику. Магнетно поље се мијења током времена као $B(t) = kt$ гдје је k константа. Након неког времена централни проводник се пресијече и од тог тренутка магнетно поље је константно. Наћи количине електрицитета на кондензаторима након што се успостави равнотежа. Капацитет кондензатора је C_1 и C_2.

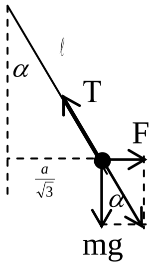
4. Вјештачки Земљин сателит масе $m = 1000\mathrm{kg}$, креће се по кружној путањи кроз више слојеве атмосфере. Сила отпора при кретању сателита кроз разређени ваздух је $F = 5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{N}$. Одредити за колико ће се измијенити брзина сателита док једанпут обиђе око Земље. Удаљеност орбите сателита од површине Земље је занемарљиво мала у поређењу са полупречником Земље. Користити да је $(1+x)^n \approx 1 + nx$, за x <<1. Полупречник Земље је 6380 km.

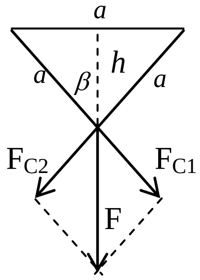
5. Топлотно изоловани суд запремине $V = 2\ell$, подијељен је на два једнака дијела. У једном дијелу налази се једноатомски гас на температури T_1 и притиску p_1, а у другој половини једноатомски гас под притиском p_2 и температуром T_2. Колика је температура смјеше када се уклони преграда?

Задатке припремили: Богдан Мијатовић и Милко Бабић.
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. Свако од наелектрисања q је на растојању $\frac{a}{\sqrt{3}}$ од центра троугла (полупречник описане кружнице једнакостраничног троугла) у чијим се теменима налазе наелектрисања. Из овога следи да на свако наелектрисање дјелује хоризонтална сила (одбојна) $F = mg \cdot tg\alpha \approx mg\frac{a}{\sqrt{3}\,\ell}$. При овом израчунавању користимо услов $a << \ell \Rightarrow \alpha << 1\text{rad}$, $\sin\alpha \approx tg\alpha$. Сила F је резултанта двеју Кулонових сила $\vec{F}_{C1}$, $\vec{F}_{C2}$ које су једнаке по модулу $F_{C1} = F_{C2} = k\frac{q^2}{a^2}$. Из паралелограма сила





слиједи: $F = 2F_{C1}\cos\beta = \sqrt{3}\cdot k\frac{q^2}{a^2}$,

$$\cos\beta = \frac{h}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - a^2/4}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

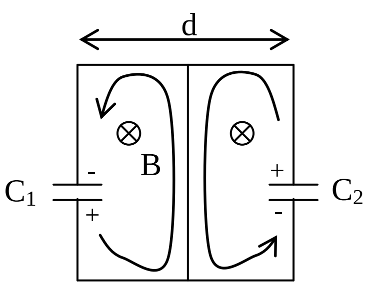
Добијамо: $q^2 = \frac{a^2F}{\sqrt{3}k} = \frac{a^3mg}{3k\ell} \Rightarrow q = 2a\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 mga}{3\ell}}$

$q = 1{,}348\cdot 10^{-8}\,\text{C}$.

2. Смјерови струје су узети произвољно. Са шеме се види да је (I Кирхофово правило): $I_1 = I_2 + I_3$ (1) . По II Кирхофовом правилу за лијеву и десну затворену контуру имамо:
$\varepsilon - \varepsilon = I_1R_1 + I_2R_2 + I_1r + I_2r$ (2) односно $0 = I_1R + I_2R + I_1r + I_2r$.
$\varepsilon = I_2R_2 + I_2r - I_3R_3$ (3) односно $\varepsilon = I_2R + I_2r - I_3R$. Рјешавањем система једначина (1) - (3) добија се $I_1 = -\frac{1}{31}\text{A}$, $I_2 = \frac{1}{31}\text{A}$, $I_3 = -\frac{2}{31}\text{A}$.

3. Према Фардејевом закону ЕМС индукована у свакој половини квадрата је $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\left(d\cdot\frac{d}{2}\right)\frac{\Delta(kt)}{\Delta t} = -k\frac{d^2}{2}$. Док се магнетно поље B мијења ε је напон на сваком кондензатору а количина електрицитета на њима је $Q_1 = -C_1\varepsilon$ и $Q_2 = C_2\varepsilon$. Различити знаци наелектрисања су резултат струја које теку у супротним смјеровима према Ленцовом правилу.

Када се пресијече централна жица и магнетно поље постане константно не мијења се флукс кроз затворену контуру и нестаје ЕМС. Међутим наелектрисања Q_1 и Q_2 на кондензаторима ће се прерасподијелити да би се нашли на истом потенцијалу V јер су кондензатори сада паралелно повезани. Еквивалентни капацитет паралелне везе је $C = C_1 + C_2$, а укупно наелектрисање: $Q = Q_1 + Q_2 = \varepsilon(C_2 - C_1) = \frac{kd^2}{2}(C_2 - C_1)$,



$V = \frac{Q}{C} = \frac{(C_2 - C_1)}{C_2 + C_1}\frac{kd^2}{2}$. Наелектрисања на кондензаторима након успостављене равнотеже су $Q_1 = C_1 V = \frac{C_1(C_2 - C_1)}{C_2 + C_1}\frac{kd^2}{2}$ и $Q_2 = C_2 V = \frac{C_2(C_2 - C_1)}{C_2 + C_1}\frac{kd^2}{2}$.

Запажање: Ако је $C_2 > C_1$, након успостављања равнотеже обје горње плоче кондензатора ће бити наелектрисане позитивно, а у случају да је $C_2 < C_1$ горње плоче ће бити негативно наелектрисане.

4. Потенцијална енергија сателита (пошто je h <<R) $E_p = -\gamma\frac{M \cdot m}{R}$ (1). Центрипетална сила за кретање сателита је гравитациона сила $\frac{mv^2}{R} = \gamma\frac{M \cdot m}{R^2}$ (2). Кинетичка енергија сателита је узевши у обзир (2) $E_k = \frac{mv^2}{2} = \gamma\frac{M \cdot m}{2R}$ (3). Укупна енергија сателита $E = E_k + E_p = -\gamma\frac{M \cdot m}{2R}$ (4). Због постојања силе отпора, енергија сателита се мијења па се мијења и полупречник орбите. При једном обиласку орбите енергија сателита се промијени за $\Delta E = -2\pi RF$ (5). С друге стране $\Delta E = E_2 - E_1 = -\gamma\frac{Mm}{2(R+\Delta R)} - \left(-\gamma\frac{Mm}{2R}\right) = -\gamma\frac{Mm}{2R\left(1+\frac{\Delta R}{R}\right)} + \gamma\frac{Mm}{2R}$ (6). Узевши у обзир $\frac{1}{1+\frac{\Delta R}{R}} \approx 1 - \frac{\Delta R}{R}$ израз (6) добија облик $\Delta E \approx \gamma\frac{Mm}{2R^2}\Delta R$ (7). Користећи $\gamma\frac{M}{R^2} = g$ и изједначавајући (5) и (7): $-2\pi RF = \frac{mg}{2}\Delta R$, $\Delta R = -\frac{4\pi RF}{mg}$ (8). Негативан знак за ΔR указује да се полупречник орбите смањује. Промјена брзине сателита, користећи (3), је $\Delta v = v_2 - v_1 = \sqrt{\gamma\frac{M}{R+\Delta R}} - \sqrt{\gamma\frac{M}{R}} = \sqrt{\gamma\frac{M}{R}}\frac{1}{(1+\Delta R/R)^{1/2}} - \sqrt{\gamma\frac{M}{R}}$ (9). Након кориштења $(1+x)^n \approx 1+nx$ израз (9) добија облик $\Delta v \approx -\frac{1}{2}\sqrt{\gamma\frac{M}{R}}\frac{\Delta R}{R}$. Узевши у обзир (8) добија се $\Delta v = -\frac{1}{2}\sqrt{gR}\left(\frac{-4\pi F}{gm}\right) = \frac{2\pi F}{m}\sqrt{\frac{R}{g}}$, $v \approx 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m/s. До повећање брзине сателита као резултат кочења долази због умањења потенцијалне енергије при прелазу сателита на орбиту мањег полупречника.

5. Прије уклањања преграде укупна унутрашња енергија је $U = (3/2)n_{m1}RT_1 + (3/2)n_{m2}RT_2$ (**2п**), а послије уклањања преграде $U = (3/2)n_{m1}RT + (3/2)n_{m2}RT$, гдје је T температура смјеше гасова. Пошто је суд топлотно изолован важи закон одржања енергије:

$\frac{3}{2}n_{m1}RT_1 + \frac{3}{2}n_{m2}RT_2 = \frac{3}{2}n_{m1}RT + \frac{3}{2}n_{m2}RT$, одатле $T = \frac{n_{m1}T_1 + n_{m2}T_2}{n_{m1} + n_{m2}} = \frac{\frac{n_{m1}T_1}{n_{m2}} + T_2}{\frac{n_{m1}}{n_{m2}} + 1}$ (1). Из једначина стања $p_1 V/2 = n_{m1}RT_1$ и $p_2 V/2 = n_{m2}RT_2$ слиједи $\frac{n_{m1}}{n_{m2}} = \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}$ (2). Уврштавањем (2) у (1) добија се $T = \frac{T_1 T_2(p_1 + p_2)}{p_1 T_2 + p_2 T_1}$.