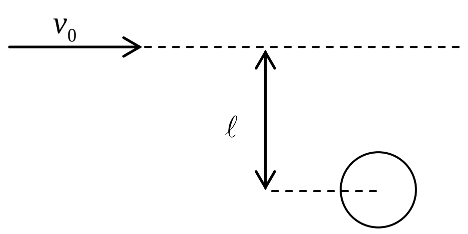
20. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (30. март 2013)

I РАЗРЕД

1. Низ кров чији је нагиб $\alpha = 30^0$ котрља се, без клизања, кугла. Полазећи из мировања кугла пређе пут $s = 3\text{m}$ и напушта кров са висине $H = 10\text{m}$. Колика је брзина у тренутку пада? Момент инерције кугле је $I = \frac{2}{5}mr^2$, а гравитационо убрзање је $g = 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2. Мајмун масе $10\ \text{kg}$ пење се уз лаки конопац који је пребачен преко котура занемарљиве масе. За други крај конопца причвршћен је сандук са бананама масе $15\ \text{kg}$. Одредити минимално убрзање којим мајмун мора да се креће, да би сандук почео да се подиже? Претпоставите да током (након) подизања сандука мајмун престане да се креће у одосу на конопац. Колико ће у том случају бити убрзање мајмуна? Колики је тада интензитет силе затезања нити?

3. Метеорит брзине $v_0 = 2360\,\text{m/s}$ лети према Мјесецу чији полупречник је $R = 1{,}74\cdot 10^6\,\text{m}$ (слика). Одредити минимално растојање ℓ између правца кретања метеорита и Мјесеца при коме метеорит не пада на Мјесечеву површину. Убрзање слободног пада на Мјесецу је $g_m = 1{,}6\, m/s^2$.



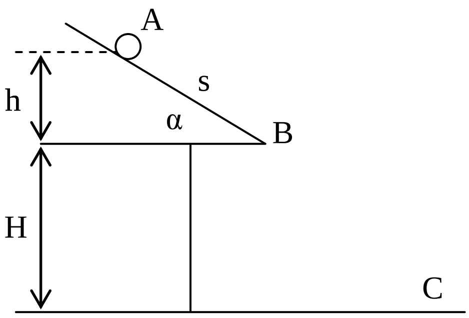
4. Тијело које слободно пада у последњој секунди кретања прелази три четвртине укупног пута. Са које висине пада тијело?

5. Двије барке плове по мирној води једна у сусрет другој паралелним курсевима. Када се барке налазе једна поред друге, пребаци се из сваке од њих у другу врећа тежине $500\ N$, усљед чега се прва барка заустави, а друга настави да се креће у истом смјеру брзином која сада износи $8{,}5\ m/s$. Колике су биле брзине барки прије измјене врећа, ако су тежине барки са врећама $5000\ \text{N}$ и $10000\ \text{N}$?

Задатке припремио: Богдан Мијатовић и Милко Бабић.
Рецензент: проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА I РАЗРЕД

1.



$s = 3\ \mathrm{m}$, $H = 10\ \mathrm{m}$, $I = \frac{2}{5}mr^2$, $g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $v = ?$

Закон одржања енергије за тачке **A** и **C** даје:

$mg(H+h) = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$ гдје је v брзина кугле у тренутку пада кугле на Земљу,

$v = \sqrt{2\ g(H+h) - \frac{I\omega^2}{m}}$.

Закон одржања енергије за тачке A и B даје: $mgh = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$ гдје је v_0 брзина којом кугла напушта кров $v_0 = r\omega$, $\omega^2 = \frac{2\ mgh}{mr^2 + I}$. С обзиром да је $I = \frac{2}{5}mr^2$ то слиједи да је: $\omega^2 = \frac{10\ gh}{7\ r^2}$. Висина (у односу на ивицу крова) са које кугла почиње кретање:

$h = s \cdot \sin\alpha$, $h = \frac{s}{2}$, $v = \sqrt{2\ g(H+h) - \frac{I\omega^2}{m}}$,

$v = \sqrt{2\ gH + \frac{5gs}{7}}$, $v = 14{,}74\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

2. $m = 10\ \mathrm{kg}$, $M = 15\ \mathrm{kg}$, $a_{min} = ?$ $a = ?$ $T = ?$

Нека током пењања на мајмуна нит дјелује силом интензитета F. Како на мајмуна дјелује још и сила теже једначина кретања мајмуна је: $F - mg = ma$ (1) .

Мајмун, према Трећем Њутновом закону, на нит дјелује силом интензитета F. Да би сандук почео да се подиже интензитет сила затезања нити мора бити већи од интензитета силе теже која дјелује на сандук, тј. $F \ge Mg$ (2).

Замјеном израза за интензитет силе затезања нити из једначине (1) у неједнакост (2) добија се, да мора да важи услов: $ma + mg \ge Mg$,

тј. тражено минимално убрзање мајмуна је: $a_{min} = \frac{M-m}{m}g$, $a_{min} = 4{,}9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Када се терет подиже, а мајмун престане да се креће (он се спушта), једначина кретања мајмуна и терета ће бити: $T - mg = ma$ (3) , $Mg - T = Ma$ (4) .

Из једначине (3) и (4) слиједи да је убрзање мајмуна: $a = \frac{M-m}{M+m}g$, тј. $a = 1{,}96\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Интензитет силе затезања нити је: $T = \frac{2Mm}{M+m}g$, тј. $T = 117{,}72\ \mathrm{N}$.

3.
Закон одржања механичке енергије и момента импулса за тачку бесконачно удаљену од Мјесеца и тачку у близини Мјесеца:

$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \gamma \frac{Mm}{R}$ (1) , $mv_0 \ell = mvR$ (2) , гдје је v брзина метеорита близу површине Мјесеца када је $v \perp R$, а М маса Мјесеца. Из (1) и (2) користећи $\gamma \frac{M}{R^2} = g_m$ добија се:

$v = \sqrt{v_0^2 + 2g_m R}$ и $\ell = \ell_{\min} = R\sqrt{1 + \frac{2g_m R}{v_0^2}}$, $\ell_{\min} \approx 2{,}45 \cdot 10^6$ m.

4.
Нека је $t_0 = 1\mathrm{s}$, укупно вријеме кретања тијела је t, а висина са које пада тијело је h. Тада је $h = \frac{gt^2}{2}$. Прву четвртину пута тијело је прешло за вријеме $t - t_0$, па је $\frac{h}{4} = \frac{1}{2} g(t - t_0)^2$.

Дијељењем ових једначина добија се $4 = \frac{t^2}{(t - t_0)^2}$. Одатле је $4(t - t_0)^2 = t^2$. Корјеновањем тог израза добија се $2(t - t_0) = t$ или $2(t - t_0) = -t$. Из прве једначине је $t = 2t_0 = 2\mathrm{s}$, а из друге $t = \frac{2t_0}{3} = \frac{2}{3}\mathrm{s}$. Како је укупно вријеме кретање веће од $1s$, то физичког смисла има само прво рјешење $t = 2\mathrm{s}$. Тада је $h = \frac{1}{2} gt^2 = 20\,\mathrm{m}$.

5.
$G = 500\,N$, $G_1 = 5000\,N$, , $u_2 = 8{,}5$ m/s , $G_2 = 10000\,\mathrm{N}$, $v_1 = ?$ $v_2 = ?$

Примјена закона о одржавању импулса на изоловани систем који се састоји од прве барке, из које је већ избачена врећа, и вреће која је избачена из друге барке, у тренутку непосредно пре пада вреће у прву барку и у тренутку непосредно после тога (врећа пала у прву барку)

$(m_1 - m)\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1$ (1) гдје је $\vec{u}_1$ брзина прве барке са убаченом врећом, $m\vec{v}_2$ - импулс вреће избачене из друге барке.

Брзина $\vec{v}_1$ има смјер супротан смјеру брзине $\vec{v}_2$, а брзина $\vec{u}_1$ је нула, па се једначина (1) може написати скаларно као: $(m_1 - m)v_1 - mv_2 = 0$ (2). Сличним размишљањем долази се до једначине која изражава закон о одржању импулса примијењен на другу барку $(m_2 - m)v_2 - mv_1 = m_2 u_2$ (3) . Решавањем система једначина (2) и (3) добија се:

$$v_1 = \frac{mm_2u_2}{m_2m_1 - mm_1 - mm_2} \quad , \quad v_2 = \frac{m_2(m_1 - m)u_2}{m_2m_1 - mm_1 - mm_2}$$

Пошто је $m_1 = \frac{G_1}{g}$, $m_2 = \frac{G_2}{g}$ и $m_3 = \frac{G_3}{g}$ изрази (4) прелазе у

$$v_1 = \frac{GG_2}{G_1G_2 - GG_1 - GG_2} u_2 \quad , v_2 = \frac{G_2(G_1 - G)}{G_1G_2 - GG_1 - GG_2} u_2 , \; v_1 = 1\frac{m}{s} \; , \; v_2 = 9\frac{m}{s} \; .$$