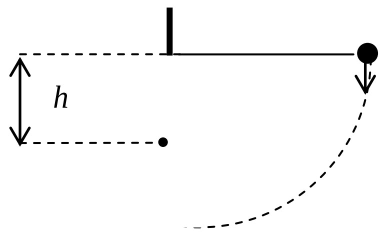
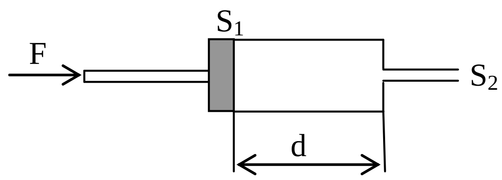
20. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (2. март 2013)
II РАЗРЕД

1. Два балона су међусобно спојена преко једне славине. У првом балону се налази гас под притиском $p_1 = 10^5 \mathrm{Pa}$ у другом је исти гас под притиском $p_2 = 0{,}5 \cdot 10^5 \mathrm{Pa}$. Запремина првог балона износи $V_1 = 2$ литра а другог $V_2 = 8$ литара. Колики ће се притисак успоставити у балонима при отварању славине? Смарати да се температура гаса не мијења.

2. Куглу објешену о конац дужине $1{,}2\,\mathrm{m}$ пустимо да слободно пада из положаја у коме је конац затегнут и хоризонталан. На удаљености h испод тачке вјешања конца закуцан је ексер. Израчунати:
а) брзину кугле у најнижој тачки,
б) колика треба бити удаљеност h да би кугла могла направити бар један круг око ексера.

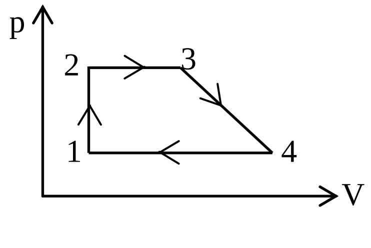


3. Полупречник ширег дијела шприца за инјекције је $2\,\mathrm{cm}$ а ужег $1\,\mathrm{mm}$. Ако на клип шприца дјелује сила $10\,\mathrm{N}$,
а) Колика је брзина којом течност (вода) истиче?
б) За које вријеме ће сва вода бити истиснута из хоризонтално постављеног шприца ако је ход клипа $d = 6{,}5\,\mathrm{cm}$. Сва трења се занемарују.



4. За које вријеме се може загријати $1{,}55\,l$ воде на шпиритусној лампи од $20^0 C$ на $100^0 C$ ако лампа троши $300\,\mathrm{g}$ шпиритуса за 1 сат, а степен њеног корисног дејства је 24%. Специфични топлотни капацитет воде је $4200\ \mathrm{J/kgK}$ а топлота сагоријевања шпиритуса је $27\ \mathrm{MJ/kg}$. Густина воде $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

5. n молова идеалног гаса пролази кроз процес 1-2-3-4-1- који се састоји од двије изобаре 2-3 и 4-1, изохоре 1-2 и процеса 3-4 приказаног правцем на $p - V$ дијаграму. Познате су температуре гаса у тачкама 1,2 и 3 (T_1, T_2, T_3). Тачке 3 и 4 имају исту температуру. Израчнати рад гаса у циклусу?



Задатке припремио: Јован Василић.
Рецензенти: Милко Бабић, РПЗ, и проф. др Милан Пантић, ПМФ, Нови Сад.

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1. Задатак се може ријешити на два начина. I начин.

За први балон $p_1V_1 = \frac{m_1}{M}\cdot R\cdot T_1$ (1). За други балон, $p_2V_2 = \frac{m_2}{M}\cdot R\cdot T_2$. Како је $T_2 = T_1$,

$$\frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{\frac{m_1}{M}RT_1}{\frac{m_2}{M}RT_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{10^5\cdot 2}{0{,}5\cdot 10^5\cdot 8} = 0{,}5 \quad \text{одакле је } m_2 = 2m_1 .$$

Када се славина отвори и притисци у балонима изједначе: $p(V_1+V_2) = \frac{m_1+m_2}{M}RT_1$. (2)

Диоба једначине (2) са једначином (1) даје $\frac{p(V_1+V_2)}{p_1V_1} = \frac{m_1+m_2}{m_1} = \frac{m_1+2m_1}{m_1} = 3$, одакле је

$$p = \frac{3p_1\cdot V_1}{V_1+V_2} = 6\cdot 10^4\,Pa = 60kPa .$$

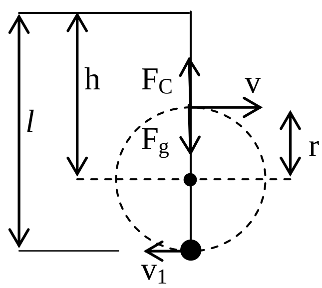
II начин

Енергија гаса у првом балону је p_1V_1 а у другом p_2V_2 па је укупна енергија система $E_1 = p_1V_1 + p_2V_2$ (јер је $A = p\cdot\Delta V$).

После отварања славине притисци у балонима се изједначе и износе p па ће енергија гаса у истом систему да буде: $E_2 = p(V_1+V_2)$. По закону о сачувању енергије је $E_1 = E_2$ односно

$$p_1V_1 + p_2V_2 = p(V_1+V_2) \quad \text{одавдје је: } p = \frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2} = 6\cdot 10^4\,Pa = 60kPa .$$

2.



а) Тијело у најнижој тачки путање има енергију $E_k = E_p$

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgl \Rightarrow v_1^2 = 2gl \qquad v_1 = \sqrt{2gl} .$$

б) У највишој тачки путање око ексера тијело има енергију

$$E = E_k + E_p,\ \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + 2mrg ,\quad mv_1^2 = mv^2 + 4mrg \quad (1)$$

Такође у највишој тачки важи: $F_e = F_g$, $\frac{mv^2}{r} = mg \Rightarrow v^2 = gr$ (2)

замијенимо (2) у (1), $mv_1^2 = m\cdot gr + 4mgr$, $v_1^2 = 5gr$ (3),

Како је раније добијено да је $v_1^2 = 2gl$, уврстимо у (3), $2gl = 5gr$, $r = \frac{2l}{5} = 0{,}4\,l$.

Са цртежа се види да ће: $h = l - r$, $h = l - 0{,}4\,l$, $h = 0{,}6\,l$, $h = 0{,}72\ m$.

3.

$r_1 = 10^{-2}m$, $r_2 = 5\cdot 10^{-4}m$, $F = 10N$, $d = 6{,}5\cdot 10^{-2}m$ $\rho = 10^3kg\cdot m^{-3}$, $v_2 = ?$, $t = ?$

Притисак и брзина у ширем дијелу су p_1 и V_1, а у ужем p_2 и V_2 . $S_1 = r_1^2\pi$, $S_2 = r_2^2\pi$. Шприц је хоризонтално постављен и Бернулијева једначина за цио шприц је: $p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$ (1) ,

Притисак који дјелује у ширем дијелу долази од збира притисака којим дјелује сила F и атмосфеског притиска, а на пресјеку S_2 дјелује само атмосферски притисак па је: $p_1 = \frac{F}{S_1} + p_a$,

$p_2 = p_a$ па слиједи $\frac{F}{S_1} + p_a + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho v_1^1$ (2) тј. $\frac{F}{S_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2$ (3) како је из

$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{S_2 v_2}{S_1}$. $\frac{F}{S_1} + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{S_2 v_2}{S_1}\right)^2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2, \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2F \cdot S_1}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$.

како је $S_1^2 \rangle\rangle S_2^2$ можемо S_2^2 занемарити па је: $v_2 = \sqrt{\frac{2F}{\rho \cdot S_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{\rho \cdot r_1^2 \pi}} = 4\ \frac{m}{s}$. Укупна запремина воде у шприцу је $V = S_1 \cdot d$ па је вријеме за истицање воде

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{S_1 \cdot d}{S_2 \cdot v_2} = \frac{S_1 \cdot d}{S_2} \cdot \sqrt{\frac{\rho(S_1^2 - S_2^2)}{2F \cdot S_1}} \approx \frac{S_1 \cdot d}{S_2} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot S_1}{2F}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{\rho r_1^2 \pi}{2F}} .$$

$Q -$ проток течности, $t = 3{,}3\ s$.

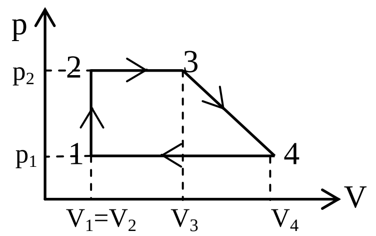
4.

Топлота сагоријевања (q) је количина топлоте која се ослободи при сагоријевању јединичне масе горива. Шпиритус сагоријевањем ослободи топлоту $Q = m \cdot q$. Степен корисног дејства $\eta = \frac{Q_1}{Q}$ гдје је $Q_1 -$ количина топлоте која се утроши на загријевање воде $Q = m_1 \cdot c \cdot \Delta T$. Слиједи:

$\eta = \frac{m_1 c \cdot \Delta T}{m \cdot q}$, па је $m = \frac{m_1 \cdot c \cdot \Delta T}{\eta \cdot q}$, како је $m_1 = \rho \cdot V$

$\rho -$ густина воде, $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$, $m = \frac{\rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T}{\eta q} = 80\,g$. Ако лампа троши $m_0 = 300\,g$ за $t_0 = 1h$ онда ће маса $m = 80\,g$ потрошити за $t = \frac{m}{m_0} \cdot t_0 = 16\,min$.

5.



Рад гаса у циклусу једнак је површини циклуса, у овом случају трапеза, $A = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_2 + V_4 - V_1)}{2}$ (1) . Процес 2-3 је изобарски па вриједи: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow V_3 = V_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = V_1 \cdot \frac{T_3}{T_2}$ (2) .

Процес 4-1 је такође изобарски па слиједи $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow V_4 = V_1 \frac{T_4}{T_1}$ (3) . Пошто је $T_3 = T_4$ $V_4 = V_1 \frac{T_3}{T_1}$. Процес 1-2 је изохорски $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$ (4) . Уврштавањем израза (2), (3) и (4) у (1) даје $A = \frac{(p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - p_1)(V_1 \frac{T_3}{T_2} - V_1 + V_1 \frac{T_3}{T_1} - V_1)}{2}$, или $A = \frac{p_1 v_1 (\frac{T_2 - T_1}{T_1})(\frac{T_3}{T_1} + \frac{T_3}{T_2} - 2)}{2}$

Користећи $p_1 V_1 = nRT_1$ добија се $A = \frac{n}{2} R(T_2 - T_1)(\frac{T_3}{T_1} + \frac{T_3}{T_2} - 2)$.