

НАСТАВНИ ПРОГРАМ ЗА ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА

РАЗРЕД: СЕДМИ

СЕДМИЧНИ БРОЈ ЧАСОВА: 4

ГОДИШЊИ БРОЈ ЧАСОВА : 144

ОПШТИ ЦИЉЕВИ

Циљ учења Математике је да се ученици, на основу усвојених математичких знања, вјештина и личних компетенција, оспособе да:

- користећи математички језик у усменом и писаном изражавању и употребљавајући различите начине приказивања математичких идеја процеса и резултата, самостално и у оквиру групе, логичким, креативним и критичким размишљањем и повезивањем, аргументованим расправама, закључивањем, провјеравањем претпоставки и поступака те доказивањем тврдњи, избором одговарајућих података, анализом могућих стратегија и провођењем оптималне стратегије те преиспитивањем процеса и резултата, по потреби уз ефикасну употребу одговарајућих алата и технологије, рјешавају проблемске ситуације у математичком контексту и стварном животу;
- развијају самопоуздање и свијест о властитим математичким способностима, упорност, предузетност, одговорност, уважавање и позитиван однос према математици и раду уопште, те да препознају историјску, културну и естетску вриједност математике њеном примјеном у различитим дисциплинама и дјелатностима као и неизоставну улогу математике у развоју и добробити друштва.

ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ

На основу усвојених математичких знања, вјештина и личних компетенција ученици треба да:

- смислено приказују математичке објекте, образлажу резултате, објашњавају своје идеје и математичким језиком записују поступке које проводе;
- повезују математику с властитим искуством, препознају је у примјерима из околине и примјењују у другим научним подручјима;
- ефикасно примјењују процес мишљења развијен наставом математике у свакодневном животу;
- бирају, осмишљавају и примјењују разне стратегије, рјешавају проблем, анализирају и вреднују рјешење те га приказују на одговарајући начин;
- користе алате и технологију у математичким активностима при провјеравању претпоставки, при обради и размјени података и информација те за рјешавање проблема и моделирање и уочавају у разумију предности и недостатке технологије.

ПРЕГЛЕД ТЕМАТСКИХ ЦЈЕЛИНА

Наставна тема:

Наставна тема:	Оквирни број часова
1. Скуп цијелих бројева. Скуп рационалних бројева	14
2. Троугао – општа својства	14
3. Сабирање и одузимање у скуповима Z и Q	26
4. Подударност троуглова и значајне тачке троугла	16
5. Множење и дијелење у скуповима Z и Q	28
6. Изометријске трансформације у равни: транслација и ротација	10
7. Четвороугао	20
8. Површина четвороугла и троугла	16

САДРЖАЈИ И ИСХОДИ ПРОГРАМА

Исходи учења	Садржаји програма/ Појмови	Корелација са другим наставним предметима
Тема 1: Скуп цијелих бројева. Скуп рационалних бројева (14)		
<p>Ученик:</p> <ul style="list-style-type: none"> - препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појмове: цијели број, супротан број, апсолутна вриједност цијелог броја, рационалан број, апсолутна вриједност рационалног броја; - разликује позитивне и негативне бројеве; - одређује супротан број и апсолутну вриједност рационалног броја; - чита, записује, упоређује и на бројевној правој представља цијеле бројеве; - чита, записује и на бројевној правој представља рационалне бројеве у облику разломка и у децималном запису. 	<p>Појам цијелог негативног броја. Бројевна права.</p> <p>Скуп цијелих бројева.</p> <p>Апсолутна вриједност цијелог броја.</p> <p>Упоређивање цијелих бројева.</p> <p>Појам негативног броја.</p> <p>Скуп рационалних бројева.</p> <p>Апсолутна вриједност рационалног броја.</p> <p>Упоређивање рационалних бројева.</p>	<p>- Физика (израчунавање вриједности разних физичких величина, које могу да узимају и позитивне и негативне вриједности).</p> <p>- Информатика (употреба рачунарских програма у циљу провјере резултата добијених израчунавањем помоћу „папира и оловке“)</p>
Тема 2: Троугао -општа својства (14)		
<p>Ученик :</p> <ul style="list-style-type: none"> - износи основне поставке о особинама троугла; - уочава битне особине углова троугла; - уочава односе између елемената троугла, - примјењује својства троугла у једноставнијим задацима; - конструише неке углове без кориштења угломјера; - примјењује својства троуглова у једноставнијим задацима; - правилно користи геометријски прибор; - користи рачунарске графичке програме за манипулацију геометријским фигурама у дигиталном запису. 	<p>Елементи троугла и обиљежавање. Врсте троуглова.</p> <p>Углови троугла. Збир унутрашњих углова троугла.</p> <p>Збир спољашњих углова троугла.</p> <p>Однос страница у троуглу.</p> <p>Однос страница и углова у троуглу.</p> <p>Конструкција углова (60°, 30°, 45°, 90°)</p>	<p>- Основи информатике (употреба рачунарских програма за манипулацију геометријским објектима).</p> <p>- Историја (историјски развој геометрије као математичке дисциплине)</p>
Тема 3: Сабирање и одузимање у скуповима Z и Q (26)		
<p>Ученик:</p> <ul style="list-style-type: none"> - изводи рачунске операције сабирања и одузимања цијелих 	<p>Сабирање и одузимање</p>	

<p>бројева;</p> <ul style="list-style-type: none"> - примјењује правила за сабирање и одузимање у скупу позитивних рационалних бројева (разломака) и цијелих бројева на рационалне бројеве и правилно изводи рачунске операције сабирања и одузимања, рационалних бројева; - израчунава вриједност једноставнијег бројевног израза са сабирањем и одузимањем у скупу Z, а затим у скупу Q; - рјешава једноставну линеарну једначину са сабирањем и одузимањем у скупу Z, а затим у скупу Q и дискутује о добијеним рјешењима у различитим контекстима; - провјерава вриједност израчунавања израза користећи рачунарске програме; - развија методологију рјешавања проблемских задатака у скупу цијелих бројева, а затим у скупу Q. 	<p>цијелих бројева.</p> <p>Једначине и неједначине у вези са сабирањем и одузимањем цијелих бројева.</p> <p>Сабирање рационалних бројева.</p> <p>Супротни бројеви. Разлика два рационална броја.</p> <p>Рјешавање једначина у вези са сабирањем и одузимањем рационалних бројева.</p> <p>Рјешавање неједначина у вези са сабирањем и одузимањем рационалних бројева.</p>	<p>Физика (израчунавање вриједности разних физичких величина, које могу да узимају и позитивне и негативне вриједности).</p> <p>Информатика (употреба рачунарских програма у циљу провјере резултата добијених израчунавањем помоћу „папира и оловке“)</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Тема 4: Подударност троуглова и значајне тачке троугла (16)

<p>Ученик:</p> <ul style="list-style-type: none"> - препознаје подударне троуглове; - препознаје став подударности по којем су два троугла подударна и изводи доказ подударности; - указује на особине једнакокраних, једнакостраничних и правоуглих троуглова; - конструише троугао уз позната 3 елемента (ослањајући се на 4 става подударности); - препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима интерпретира“ појмове: описана кружница троугла, уписана кружница троугла, тежишна дуж, тежиште троугла, висина троугла, ортоцентар троугла, средња линија троугла; - одређује центар описане 	<p>Дефиниција подударних троуглова.</p> <p>Ставови о подударности троуглова (први и други став).</p> <p>Ставови о подударности троуглова (трећи и четврти став).</p> <p>Примјене подударности: једнакокрани троугао</p> <p>Примјене подударности: једнакостранични и правоугли троугао.</p> <p>Основне конструкције троугла.</p> <p>Описана и уписана кружница троугла.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Основи информатике (употреба рачунарских програма за манипулацију геометријским објектима). - Историја (историјски развој геометрије као математичке дисциплине)
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>кружнице, уписане кружнице, тежиште и ортоцентар троугла;</p> <ul style="list-style-type: none"> - уочава 4 значајне тачке троугла и њихов положај у зависности од врсте троугла; - конструише троугао на основу заданих елемената примјењујући особине троугла. 	<p>Ортоцентар и тежиште троугла</p>	
<p>Тема 5: Множење и дијелење у скуповима Z и Q (28)</p>		
<p>Ученик:</p> <ul style="list-style-type: none"> - правилно изводи рачунске операције множења и дијелења цијелих бројева; - примјењује правила за множење и дијелење у скупу позитивних рационалних бројева (разломака) и цијелих бројева на рационалне бројеве и правилно изводи рачунске операције множења и дијелења рационалних бројева; - израчунава вриједност једноставнијег бројевног израза са множењем и дијелењем у скупу Z, а затим у скупу Q; - рјешава једноставну линеарну једначину са множењем и дијелењем у скупу Z, а затим у скупу Q; - користи рачунарске програме за провјеру поступка израчунавања вриједности рационалних израза; - процјењује вриједност рационалног израза и тумачи добијене резултате у скупу Q у разним контекстима; - развија методологију рјешавања проблемских задатака у скупу цијелих бројева, а затим у скупу Q. 	<p>Множење и дијелење цијелих бројева.</p> <p>Једначине и неједначине у вези са множењем и дијелењем цијелих бројева.</p> <p>Множење рационалних бројева.</p> <p>Реципрочна вриједност рационалног броја. Дијелење рационалних бројева.</p> <p>Рјешавање једначина у вези са множењем и дијелењем рационалних бројева.</p> <p>Рјешавање неједначина у вези са множењем и дијелењем рационалних бројева.</p> <p>Примјена својстава множења и дијелења у скупу рационалних бројева.</p>	<p>Физика (израчунавање вриједности разних физичких величина, које могу да узимају и позитивне и негативне рационалне вриједности).</p> <p>Биологија (мјерење пулса)</p> <p>Информатика (употреба рачунарских програма у циљу провјере резултата добијених израчунавањем помоћу „папира и оловке“)</p>
<p>Тема 6: Изометријске трансформације у равни: транслација и ротација (10)</p>		
<p>Ученик :</p> <ul style="list-style-type: none"> - препознаје, именује, идентификује и обиљежава појам вектора и изводи операције са векторима; - изводи транслацију тачке, дужи и троугла за дати вектор; 	<p>Појам и особине вектора;</p> <p>Операције са векторима;</p> <p>Транслација;</p>	<p>Физика (векторске величине, кружно кретање)</p>

<ul style="list-style-type: none"> - уочава особине ротације као изометријске трансформације; - користи translацију и ротацију у рачунарским програмима за графичку обраду података; - примјењује изометријске трансформације у рјешавању конкретних проблема из реалног живота. 	<p>Транслација простијих фигура</p> <p>Ротација;</p> <p>Ротација простијих фигура;</p> <p>Примјена translације и ротације.</p>	<p>Информатика (рачунарски програми за рад са графичким објектима).</p>
Тема 7: Четвороугао (20)		
<p>Ученик :</p> <ul style="list-style-type: none"> - препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима интерпретира“ појмове: четвороугао, врсте четвороуглова, елементи четвороугла, углови четвороугла; - класификује четвороуглове на основу њихових својстава на трапезоиде, трапезе и паралелограме; - описује основне особине трапеза, ромбоида, ромба, правоугаоника, квадрата и делтоида; - конструише паралелограм, трапез и делтоид на основу заданих елемената. 	<p>Четвороугао. Елементи и обиљежавање.</p> <p>Врсте четвороуглова. Углови четвороугла.</p> <p>Паралелограми. Особине паралелограма. Врсте паралелограма.</p> <p>Конструкције паралелограма.</p> <p>Трапез. Средња линија трапеза.</p> <p>Конструкције трапеза.</p> <p>Делтоид. Конструкције делтоида.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Основи информатике (употреба рачунарских програма за манипулацију геометријским објектима) - Историја (историјски развој геометрије као математичке дисциплине)
Тема 8: Површина четвороугла и троугла (16)		
<p>Ученик:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разликује појам површи и површине и „својим ријечима“ интерпретира појам површине“; - трансформише геометријске фигуре једне у друге уз услов једнакости површина; - кориштењем трансформација геометријских фигура у фигуре познате површине одређује обрасце за израчунавање површине паралелограма, ромба, трапеза, троугла, четвороугла са нормалним дијагоналама. 	<p>Појам површине. Површина правоугаоника и квадрата.</p> <p>Једнакост површи геометријских фигура.</p> <p>Површина паралелограма и ромба.</p> <p>Површина троугла.</p> <p>Површина трапеза.</p> <p>Површина четвороугла са нормалним дијагоналама.</p>	<p>Као код других тема из геометрије</p>

ДИДАКТИЧКА УПУТСТВА И ПРЕПОРУКЕ

Тема 1. Скуп цијелих бројева. Скуп рационалних бројева

Проучавање бројева у 7. разреду наставља се на потпуно природан начин, баш онако како се и појављују: природни бројеви, позитивни рационални бројеви, цијели бројеви, рационални бројеви, итд.

Значајно мјесто у математици и уопште у практичној примјени имају негативни бројеви. Међутим, са методичког становишта увођење негативних бројева и дефинисање рачунских операција у скупу цијелих и рационалних бројева постоје значајне потешкоће, те се овом веома озбиљном послу треба приступити веома пажљиво.

Приликом увођења појма негативног броја неопходно је навођење што већег броја примјера, тако да ученици самостално закључе колико је неопходно увођење овог појма.

Најбоље је појам негативног броја увести из разлога да потпуно дефинишемо операцију одузимања. Познато је да операција одузимања није увијек изводљива у скупу \mathbb{N}_0 . Знамо да увијек морамо задовољити услов да умањеник не буде мањи од умањеноца.

Које су то ситуације које нас тјерају на увођење негативног броја које нам могу помоћи?

- Температура на скали термометра која може ићи изнад и испод 0
- Надморска висина и дубина
- Мјерење водостаја ријека
- Кретање лијево-десно; горе-доле; напред-назад
- Стање на банковном рачуну

Такође, мотивацију за увођење негативних бројева можемо наћи и у геометрији. Навести да смо тачкама бројевне полуправе придруживали прво позитивне (односно ненегативне) бројеве, па смо онда „попуњавали“ и тачке које одговарају позитивним рационалним бројевима и онда једноставно поставити тезу: да ли се тачкама лијево од 0 могу придружити „неки бројеви“? Идеја је следећа: тачка којој придружимо нулу је „почетна тачка“, „центар симетрије“. Тачкама на „десној полуправи“ придружићемо „предзнак +“, а тачкама на „лијевој полуправи“ придружићемо „предзнак -“. Важно је нагласити да 0 нема предзнак и да по својој природи није ни позитивна, ни негативна. Ако је 0 „центар симетрије“, онда се централном симетријом добијају парови *супротних бројева*. Прво уочавати природне бројеве и пресликавати их централном симетријом на негативни дио бројевне праве. Истакнути оно што је важно за парове супротних бројева: да су са различитих страна у односу на 0 и да су увијек једнако удаљени од 0.

Тако долазимо до појма апсолутне вриједности цијелог броја.

Цијелу причу уопштити и на позитивне рационалне бројеве и њих централном симетријом пресликавати у односу на 0 и на тај начин „тачка по тачка“ (број по број) „изградити скуп рационалних бројева“, као унију скупа позитивних рационалних бројева, нуле и скупа негативних рационалних бројева.

Значајно је нагласити да се предзнаци бројева (за почетак) потпуно разликују од знакова рачунских операција сабирања и одузимања.

Правилно упознавање и схватање структуре скупа цијелих бројева (\mathbb{Z}) и скупа рационалних бројева (\mathbb{Q}) омогућава ученицима да лакше савладају рачунске операције са рационалним бројевима.

Тема 2. Троугао (општа својства)

Појам троугла треба увести на исти начин како смо то радили у 6.разреду, скуповним операцијама над тачкама у равни. Треба се потпуно ослонити на градиво 6.разреда, поновити како настаје изломљена линија, многоугаона линија, шта је област, шта представља многоугао. То је

кључни моменат. Из цијеле фамилије многоуглова треба издвојити онај најпростији који настаје тако што 3 дужи спојимо у затворену изломљену линију и запажање тзв. унутрашње и спољашње области. Троугао треба дефинисати као унију те многоугаоне (троугаоне) линије и свих тачака у унутрашњој области.

Уочавајући елементе троугла, неопходно је обратити пажњу на начин обиљежавања и инсистирати на томе да је код троугла наспрам сваког тјемења „наспрамна страница“ и наспрам сваке странице „наспрамни угао“.

Посматрање, непосредно мјерење и експеримент углавном представљају доказе геометријских ставова на овом нивоу наставе, али лагано треба уводити термин „теорема“ и „доказ теореме“, како би се ученицима пружила могућност апстракције и логичког закључивања, што уствари и представља прелазак са очигледне геометрије ка дедуктивној. Такође се ученицима може објаснити разлика између термина „аксиома и теорема“ иако у тај дио не треба посебно залазити, него само онако „успут“, навођењем примјера. Ту имамо посебну шансу код проучавања углова троугла.

Није довољно да они угломјером измере углове троугла и саберу, јер ће се ту сигурно појавити грешке. Најбоље је то урадити графички, преношењем углова или помоћу направљених модела од картона, мада данас на располагању имамо велики број алата на рачунару, тако да нам различити програмски пакети у томе могу бити добар савезник, наравно ако је школа опремљена рачунарима.

Можда би овај графички или експериментални доказ теореме о збиру унутрашњих углова и био сасвим довољан, али кад говоримо о теореме о спољашњим угловима, ту имамо сасвим довољно елемената да то урадимо и алгебарски, кориштењем теореме да су сваки унутрашњи и његов одговарајући спољашњи угао упоредни и простим сабирањем једнакости долазимо до збира спољашњих углова, ако наравно при том искористимо теорему о унутрашњим угловима. Ту се ученици први пут сусрећу са неким новим приступом у геометрији и математици уопште. Ту наставник игра важну улогу и његовим лаганим навођењем на закључке ученици самостално долазе до закључака, логичким расуђивањем.

Након тога се прелази на изучавање страница троугла. Добро је питање на почетку: „Да ли се од било које 3 летвице, било којих дужина, увијек може направити троугао?“ Ту се расправа може довести и на веома висок ниво. Али експериментом, моделима штапића, графички, а данас у ери модерних технологија, симулацијом на рачунару, може се веома лако доћи до веома крупних закључака и теореме „неједнакост троугла“. Након тога треба извршити подјелу троуглова према страницама.

Пошто се у доказаним теоремама појављују синтагме „сваки“, „неки“, „ма који“, „бар један“, „један и само један“,..., ту треба бити веома пажљив и скренути пажњу да су те синтагме веома важне у математици и идеална је прилика да се објасни њихово значење у правом смислу ријечи, без неког претјераног уласка у цијелу ту причу.

Посебну пажњу треба посветити односу између страница и углова троугла, подсећајући ученике на задатке из 6. разреда које су радили у теми *ОСНА СИМЕТРИЈА*, тако да закључак да се наспрам једнаких страница троугла налазе једнаки углови и обрнуто, може уствари искористити од прошле године. Ту долазимо до важних теорема о једнакокром троуглу и једнакостраничном троуглу, тако да они фактички могу самостално да ураде задатак: „Одреди величину угла код једнакостраничног троугла“.

Однос између страница и углова код разностраничног троугла ученици прихватају интуитивно, разним илустрацијама, моделима од картона, а поготово се ти докази данас могу извести прилагођеним алатима на рачунару, тако да израдом погодних презентација на видео-биму или монитору рачунара ученици могу да се увјере у истинитост наведених теорема.

Када је у питању конструкција углова, ту треба одабрати праве примјере на којима ће они сами доћи до закључка како конструишемо угао од 60° . Ту нам помаже доказана теорема о угловима код једнакостраничног троугла. Угао од 60° треба нагласити да је „основни угао“ и да се он може конструисати помоћу лењира и шестара и ту треба ту чињеницу „конструктивно“ посебно наглашавати. Ученицима је посебно интересантно да ми приликом конструкције угла 60° можемо

одабрати „произвољан отвор шестара“. Ту треба подсјетити на градиво б.разреда које се односи на дужину лука и тетиве над истим централним углом у истој или у подударним кружницама, тако да је згодно на примјеру показати угао 60° као централни угао у неколико концентричних кружница.

Конструкције осталих углова треба темељити на ономе што смо научили у б.разреду, односно на конструкцији „двоструких, троструких и вишеструких углова“, тако да се угао 120° природно рјешава. Такође кориштењем градива б.разреда везано за симетралу угла и чињенице „да симетрала угла полови угао“, они природно закључују како се конструишу „половични углови“, 30° , 15° , чак и $7' 30''$. Кад је ријеч о углу 90° , најбрже га је конструисати симетралом опруженог угла, али ако их подсјетимо на конструкцију углова у б.разреду типа $2\alpha + \beta$ и слично, они одмах закључују да се он може конструисати и „надовезивањем углова 60° и 30° “.

Веома је важно у оквиру ове теме, постављати проблемске ситуације и на тај начин подстицати ученике да се активирају на тражењу рјешења и доказивању тврђења.

Тема 3. Сабирање и одузимање у скуповима Z и Q

У првој теми смо се упознали са цијелим и рационалним бројевима и ученици би требало да су схватили њихове односе, тако да на томе и треба темељити увођење операције сабирања и одузимања у скуповима цијелих и рационалних бројева.

Основно је увести операцију сабирања у скуп цијелих бројева. Најбоље је када до правила за сабирање цијелих бројева истог и цијелих бројева различитог знака ученици самостално дођу. Операцију сабирања цијелих позитивних бројева наравно да већ знају, тако да је згодно то представити на бројевној полуправи и кретање „десно“ схватати као операцију сабирања. Затим проширити до бројевне праве и посматрати шта се то „деси на бројевној правој“ када негативном броју додамо супротан број, односно када се крећемо „десно“ за апсолутну вриједност супротног броја да увијек дођемо до 0 („добито 0“), а када се са негативног дијела крећемо „десно за број који од њега има мању апсолутну вриједност“ да ћемо и даље остати на „негативном дијелу бројевне праве“ (односно да је збир негативан), а када са негативног дијела крећемо „десно за број који је по апсолутној вриједности већи од њега, да ћемо прећи на позитиван дио бројевне праве“ (односно да је збир позитиван).

Такође је важно нагласити да „додати негативан број значи кретање лијево на бројевној правој“.

Дакле, ако неком позитивном броју додајемо негативан број који од њега има мању апсолутну вриједност, збир ће бити позитиван, а ако позитивном броју додајемо број који је од њега већи по апсолутној вриједности, „прескочићемо нулу и прећи на негативан дио бројевне праве“. А, ако негативном броју додајемо негативан број, значи да ћемо се на негативном дијелу бројевне праве помјерити још више лијево и добити негативан број са још већом апсолутном вриједности.

На овај начин ученици самостално закључују и долазе до важних правила о сабирању цијелих бројева истог знака (знак се препише, а бројеви по апсолутној вриједности саберу) и различитог знака (препишемо предзнак броја са већом апсолутном вриједности и бројеви по апсолутној вриједности одузму).

Након увођења правила за сабирање цијелих бројева, треба урадити велики број примјера, различитих вјежби, кратких провјеравања, да та правила „уђу у ухо ученицима“ и постану природни начин размишљања.

Затим се треба поновити сабирање и одузимање у скупу позитивних рационалних бројева из б.разреда и научена правила о сабирању цијелих бројева „уметнути“ у правила сабирања разломака (у оба записа) и ту инсистирати на великом броју примјера и механизовање овог поступка. Треба повести рачуна да је ово највећи алгебарски тренутак у градиву 7. разреда, те треба укључити и допунски рад са ученицима који слабије напредују. Оно што је важно јесте да се овај задатак сабирања рационалних бројева треба схватити озбиљно и користећи што занимљивије методе покушати ученике анимирати да овај дио градива успјешно савладају.

Кад је ријеч о особинама операције сабирања, ту треба кроз примјере доказати ученицима да је операција сабирања комутативна и асоцијативна у скупу рационалних бројева и да се исто

понаша као и у скупу природних бројева.

Операција одузимања је посебно осјетљива и треба јој прићи на 2 начина. Прво, да је увијек изводљива у скупу рационалних бројева, а онда подсјетити их да је обрнута операцији сабирања.

Можда је најлакше показати је на бројевној правој. Знамо да је додавање (сабирање) позитивног броја „кретање десно“ на бројевној правој, а додавање (сабирање) негативног броја „кретање лијево на бројевној правој“. Сад треба направити паралелу са оним што знамо из нижих разреда. Знамо да је одузимање природног (позитивног) броја „кретање лијево“ и одмах направити паралелу: додавање негативног броја исто је што и одузимање позитивног и интуитивно схватање да је *ОДУЗИМАЊЕ РАЦИОНАЛНОГ БРОЈА* уствари *САБИРАЊЕ ЊЕМУ СУПРОТНОГ БРОЈА*, тако да треба наглашавати да посебна правила за одузимање не постоје, него код одузимања имамо само 1 корак више, односно „прелазак на операцију сабирања“ и поштовање правила за сабирање.

Веома је важно тзв „*ОСЛОБАЂАЊЕ ОД ЗАГРАДА*“ и избјегавање двоструких знакова рачунских операција.

Ту можемо искористити оно што ученици знају из нижих разреда:

- 1) „*ДОДАВАЊЕ ЗБИРА*“ да је уствари исто као да додајемо један по један сабирак:

$$x + (a + b) = x + a + b$$

- 2) „*ДОДАВАЊЕ РАЗЛИКЕ*“ значи да додамо умањеник и од тог збира одуземо умањилац:

$$x + (a - b) = x + a - b$$

- 3) „*ОДУЗИМАЊЕ ЗБИРА*“ да значи да прво одуземо један сабирак, па од те разлике одуземо и други:

$$x - (a + b) = x - a - b$$

- 4) „*ОДУЗИМАЊЕ РАЗЛИКЕ*“ да значи да прво одуземо умањеник, а онда тој разлици додамо умањилац:

$$x - (a - b) = x - a + b$$

Ту треба бити посебно опрезан и покушати уопштити наведена правила на следећи начин:

Када се ослобађамо од заграде поштујемо правило да гледамо предзнак испред заграде. Ако је испред заграде +, сви бројеви унутар заграде се препишу са својим предзнацима. А, ако је испред заграде – , бројеви из заграде се пишу са супротним предзнаком.

Рјешавање једначина и неједначина треба обрадити у скупу рационалних бројева, одређујући непознате компоненте збира или разлике на основу зависности резултата од компонената, што је уосталом и уобичајено код једначина и неједначина.

Поред вјештина рачунања вриједности цјелобројних израза, ученике усмјеравати ка процјени добијених рјешења. Ученици треба да примарно развијају вјештине рачунања помоћу „папира и оловке“, али поред тога, мотивисати ученике да правилно користе дигитроне и рачунарске програме за провјеру тачности израчунавања. Задавати што више задатака из свакодневног живота, који подстичу креативност, критичко мишљење, самосталан рад, рад у групама, осјећај одговорности. Омогућити ученицима да презентују добијене резултате, дискутују о њима и формирају своје мишљење о израчунатим величинама.

Тема 4. Подударност троуглова и значајне тачке троугла

Садржаји ове теме веома су значајни и зато им треба посветити велику пажњу. Појмове подударности дужи, углова и геометријских фигура уопште ученици већ у одређеној мјери познају, међутим ти појмови нису баш довољно објашњавани у претходним разредима, тако да их ученици уствари прихватају интуитивно и нису баш сигурни у њихово право значење, тако да о

томе треба повести рачуна. Дакле, прво треба обновити изометријске трансформације које су рађене у 6. разреду и коначно прецизирати појам подударности троуглова. При томе је најбоље користити презентације или разне прилагођене алате на рачунару, тако да се различитим симулацијама заиста покаже подударност. Ученици самостално треба да дођу до закључка да су два троугла подударна ако имају једнаке све странице и ако су им сви одговарајући углови једнаки.

Што се тиче ставова подударности, довољно је доказати први став, чисто да схвате важност самог доказа. Задачи у којима треба примјењивати подударност треба да су разноврсни, али са умјереним захтјевима.

Што се тиче значајних тачака троугла, треба им прићи веома озбиљно и можда је најбоље да се уведу кроз приче из свакодневног живота, постављајући неке животне проблемске ситуације, као нпр: „Гдје поставити аеродром уз услов да он буде једнако удаљен од нека 3 града?“ или „Гдје поставити бензинску пумпу уз услов да она буде једнако удаљена од 3 ауто-пута, од којих се свака 2 пресијецају?“

Важно је да ученици схвате да је у оба случаја ријеч о троуглу и да у првом случају тражимо тачку која је једнако удаљена од тјемена троугла и да ту користимо знања везано за симетралу дужи. У другом примјеру тражимо тачку која је једнако удаљена од страница троугла и ту у доказу користимо знања везано за симетралу угла. Такође је важно нагласити да су те тачке центри двију кружница које сваки троугао има, описана (која садржи тјемена троугла) и уписана (којој су странице троугла тангенте).

Тврдње везане за ортоцентар и тежиште троугла не треба доказивати. Важно је само да се ученици сами увјере да се све висине троугла сијеку у једној тачки и да се све 3 тежишне дужи троугла сијеку у једној тачки. Може се само напоменути како тежиште дијели тежишну дуж, без икаквих великих полемисања.

Посебно је значајно да ученици сами дођу до закључака да се тежиште и центар уписане кружнице код сваког троугла увијек налазе у унутрешњој области троугла, а кад је ријеч о центру описане кружнице и ортоцентру, онда је важно запажати врсте троуглова: код оштроуглог су у унутрашњој области, код тупоуглог у спољашњој области, а код правоуглог требало би да сами закључе да је ортоцентар у тјемену правоуглог угла, а центар описане кружнице у средишту хипотенузе.

Конструкције троуглова треба да крену од самог значења ријечи „конструкција“ и ту треба нагласити употребу искључиво лењира и шестара. Основне конструкције треба базирати на примјени ставова подударности и оно што је посебно важно нагласити да се проблем конструкције троугла своди на одређивање непознатих тјемена троугла, а да „тјеме (тачка)“ настаје на 3 начина: у пресеку двију правих, праве и кружнице или двију кружница.

Конструкцију троугла треба изводити кроз све 4 фазе и треба нагласити важност анализе за цијелу конструкцију. Важно је нагласити да су за конструкцију троугла потребна 3 (и то не било која елемента), а кад је ријеч о конструкцији правоуглог и једнакокраког троугла треба увијек рачунати на податак који већ имамо, па су довољна 2, док је код једнакостраничног троугла довољан само 1 елемент.

На крају, у оквиру ове теме, посебну пажњу треба посветити развијању способности код ученика за прецизност и уредност у раду, као и математичком прецизном изражавању у формулисању исказа.

Тема 5. Множење и дијелење рационалних бројева

Кад је ријеч о увођењу операције множења прво у скупу цијелих бројева, важно је нагласити да је множење цијелих бројева по апсолутној вриједности оно што ученици познају из скупа природних бројева и да је једини проблем одређивање предзнака. Предзнак производа два позитивна броја је јасан од раније. Проблем множења позитивног броја негативним треба увести природно, операцијом сабирања, што уствари и представља операција множења:

$$2 \cdot (-3) = (-3) + (-3) = -6$$

Овдје долазимо до закључка да је производ два цијела броја различитог предзнака увијек негативан број чија је апсолутна вриједност једнака производу апсолутних вриједности тих бројева.

Једини проблем представља множење два негативна броја. Ту је најбоље поступити на следећи начин:

$$(-2) \cdot (-3) = -(2 \cdot (-3)) = -(-6) = 6$$

и доћи коначно до закључка да је производ два негативна броја увијек позитиван број чија је апсолутна вриједност једнака производу апсолутних вриједности тих бројева.

Операцију множења у скупу рационалних бројева треба једноставно уопштити и повезати претходне закључке који нам дају предзнак производа, а кад одређујемо вриједност производа два рационална броја користимо све оно што смо научили код множења разломака. Дакле, те двије активности само треба механизовати.

Код операције дијелења треба само подсјетити на дијелење разломака и свођење на операцију множења, тако да само дијелење не треба одвајати од операције множења, само што има корак више.

При израчунавању вриједности бројевних израза првенствено треба да дође до изражаја увјежбавање примјене правила рачунских операција. Поред тога, значајно је да ученици стекну и умјешност у састављању, записивању и читању једноставнијих израза. У раду са изразима са промјенивом треба постићи даље развијање појма функције.

Рјешавање једначина треба само наставити на устаљени начин и водити рачуна о поштовању правила рачунских операција.

Кад је ријеч о неједначинама, ту треба повести рачуна о „промјени знака“ у ситуацијама када непознати број множимо или дијелимо негативним бројем.

На крају, приликом рјешавања практичних проблема из разних области треба настојати да избор проблема буде квалитетан и у складу са могућностима ученика, при чему посебно треба нагласити оспособљавање ученика за превођење говорног текста на математички језик, што ће допринијети бољем схватању потребе и смисла увођења једначина и неједначина.

Слично као и за претходну тему, поред вјештина рачунања вриједности рационалних израза, ученике усмјеравати ка процјени добијених рјешења и развоју вјештина поменутих у напоменама за претходну тему.

Тема 6: Изометријске трансформације у равни: транслација и ротација

Појам вектора увести као оријентисану дуж и научити операције са векторима. Транслацију објаснити као паралелно помјерање. Ротацију тачке објаснити као помјерање за одређени угао око неке тачке или помјерање тачке по кружници за одређени угао. Вектор као математички концепт директно повезати са вектором из физике. Увести и објаснити неке векторске физичке величине и повезати их са концептом вектора као усмјерене дужи. На примјер, увести и објаснити појам брзине као векторске величине и час планирати у смјеру да се исходи из физике наслањају на достигнуте исходе из математике. На примјерима из физике илустровати операције са векторима. Научити ученике да врше транслацију и ротацију простијих фигура (тачка, дуж, троугао). Користити транслацију и ротацију у рачунарским програмима за графичку обраду података и објаснити примјену изометријске трансформације у рјешавању конкретних проблема из реалног живота. Наставник треба да ученицима препоручи рачунарске програме у којима могу да користе транслационо и ротационо помјерање фигура.

Тема 7. Четвороугао

Појам четвороугла треба увести на потпуно исти начин као и троугао и цијели приступ са троуглом примијенити на четвороугао. Дакле, треба из цијеле фамилије многоуглова издвојити онај који има 4 тјемена, 4 странице, 4 унутрашња и 4 спољашња угла. На почетку је важно нагласити да код четвороугла увијек наспрам странице је страница и наспрам угла је угао, тако да имамо појмове „наспрамних углова и наспрамних страница“, узастопних углова и сусједних

страница.

Теореме о збиру унутрашњих и спољашњих углова треба извести кориштењем теорема о збиру унутрашњих углова троугла и чињеници да су сваки унутрашњи и одговарајући спољашњи угао четвороугла упоредни. До доказа би било најбоље да ученици дођу самостално, кроз рјешавање проблемских ситуација или кориштењем полупрограмираних и програмираних материјала уз помоћ наставника.

Подјелу четвороуглова треба извршити према паралелности наспрамних страница на трапезоиде (који немају парова паралелних наспрамних страница), трапезе (који имају један пар паралелних наспрамних страница) и паралелограме (који имају два пара паралелних наспрамних страница).

Посебну пажњу треба посветити подјели паралелограма на оне који имају све углове једнаке (правоугаонике) и оне који имају једнаке наспрамне, а различите узастопне углове (ромбоиде), као и специјалне случајеве ромбоида са једнаким сусједним страницама (ромб). На крају треба доћи до квадрата као правоугаоника са једнаким сусједним страницама (са једне стране) и ромба са једнаким сусједним угловима (са друге стране).

Такође треба увести и четвороугао који има 2 пара једнаких сусједних страница (делтоид).

Својства сваког четвороугла треба посебно извести и инсистирати на томе да их знају „као из рукава“, али да се запамте са разумијевањем, пратећи неки образац: какве су странице, какви су углови, дијагонале, осна симетрија, централна симетрија, да ли има описану или уписану кружницу.

Конструкцију четвороуглова треба темељити на знању које је стечено у конструкцији троугла. Важно је нагласити да је за конструкцију неког произвољног четвороугла неопходно 5 елемената, а што је четвороугао „правилнији“, то се број елемената потребних за конструкцију смањује.

Тема 8. Површина четвороугла и троугла

Важност ове теме даје нам обавезу да јој приступимо максимално озбиљно.

Овдје треба кренути од појма површи, под којом подразумијевамо унутрашњу област геометријске фигуре ограничене затвореном линијом (кривом или изломљеном), заједно са том линијом. Следећи корак јесте да се нагласи да се величина површи може мјерити и да ту мјеру називамо површина.

За мјерење површине треба поступити на исти начин као код мјерења дужине: прогласимо јединичну дуж и упоређујемо колико јединичних дужи се садржи у тој дужи. Број јединичних дужи зовемо дужином дужи.

Код површине крећемо од јединичног квадрата и упоређујемо величину површи са површином јединичног квадрата, тј. пребројавамо колико јединичних квадрата можемо смјестити на одређену површ. Тај број проглашавамо површином геометријске фигуре.

Важно је да се јединичном квадрату додијели „јединица“, да подударне фигуре имају исту површину; ако једну површ разложимо на двије или више површи, онда је укупна површина цијеле површи једнака збиру површина површи на које смо разложили дату површ. Такође је важно нагласити да фигуре могу и да не буду подударне, а да ипак имају једнаку површину.

Посебну пажњу треба посветити трансформацији геометријских фигура једне у друге, уз услов да се њихова површина не мијења. На томе су уствари и заснива цијела прича о креирању образаца за рачунање површине геометријских фигура у равни, у овом случају четвороуглова и троуглова.

У том послу треба кренути од правоугаоника, чију површину већ знају одредити (пошто је природно пребројавање јединичних квадрата). Онда треба кренути са паралелограмом и његовом трансформацијом у правоугаоник исте површине, затим трапез

такође у правоугаоник исте површине, четвороуглови са нормалним дијагоналама (првенствено делтоид) у правоугаоник исте површине, а специјалне правоугаонике и паралелограме треба сводити на специјалне случајеве и довести обрасце на жељени облик, тако да их лако могу упамтити. Што се тиче троугла, ту се прича своди на то да дијагонала паралелограма дијели паралелограм на 2 подударна троугла, тако да се образац намеће природно, сам по себи.

Специјалне случајеве троуглова изводимо и прилагођавамо „памтљивој форми“.

Оно што је важно јесте да „запамћивање формула“ треба да буде посљедица суштинског схватања и њихове примјене у многобројним задацима.

ДОДАТНИ РАД

Садржаји додатног рада морају, пре свега, бити везани за садржаје овог разреда и на тај начин бити њихова интензивнија обрада. Уз то, могу да се изаберу и све друге занимљиве теме водећи рачуна да су битно садржајне.