

## НАСТАВНИ ПРОГРАМ ЗА ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА

РАЗРЕД: ШЕСТИ

СЕДМИЧНИ БРОЈ ЧАСОВА: 4

ГОДИШЊИ БРОЈ ЧАСОВА : 144

### ОПШТИ ЦИЉЕВИ

Циљ учења Математике је да се ученици, на основу усвојених математичких знања, вјештина и личних компетенција, оспособе да:

- користећи математички језик у усменом и писаном изражавању и употребљавајући различите начине приказивања математичких идеја процеса и резултата, самостално и у оквиру групе, логичким, креативним и критичким размишљањем и повезивањем, аргументованим расправама, закључивањем, провјеравањем претпоставки и поступака те доказивањем тврдњи, избором одговарајућих података, анализом могућих стратегија и провођењем оптималне стратегије те преиспитивањем процеса и резултата, по потреби уз ефикасну употребу одговарајућих алата и технологије, рјешавају проблемске ситуације у математичком контексту и стварном животу;
- развијају самопоуздање и свијест о властитим математичким способностима, упорност, предузетност, одговорност, уважавање и позитиван однос према математици и раду уопште, те да препознају историјску, културну и естетску вриједност математике њеном примјеном у различitim дисциплинама и дјелатностима као и неизоставну улогу математике у развоју и добробити друштва.

### ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ

На основу усвојених математичких знања, вјештина и личних компетенција ученици треба да:

- смислено приказују математичке објекте, образлажу резултате, објашњавају своје идеје и математичким језиком записују поступке које проводе;
- повезују математику с властитим искуством, препознају је у примјерима из околине и примјењују у другим научним подручјима;
- ефикасно примјењују процес мишљења развијен наставом математике у свакодневном животу;
- бирају, осмишљавају и примјењују разне стратегије, рјешавају проблем, анализирају и вреднују рјешење те га приказују на одговарајући начин;
- користе алате и технологију у математичким активностима при провјеравању претпоставки, при обради и размјени података и информација те за рјешавање проблема и моделирање и уочавају и разумију предности и недостатке технологије.

### ПРЕГЛЕД ТЕМАТСКИХ ЦЈЕЛИНА

#### Наставни тема

Наставни тема	Оквирни број часова
1. Скупови и скуповне операције	12
2. Скупови тачака у равни	16
3. Релације и пресликавања	14
4. Угао	22
5. Џеливост бројева	16
6. Разломци - Примјена разломака	52
7. Изометријске трансформације у равни: осна и централна симетрија	12

## САДРЖАЛИ И ИСХОДИ ПРОГРАМА

Исходи учења	Садржаји програма/Појмови	Корелација са другим наставним предметима
<b>Тема 1: СКУПОВИ И СКУПОВНЕ ОПЕРАЦИЈЕ (12)</b>		
<b>Ученик :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима“ интерпретира појмове: скуп, елемент скупа, подскуп, комплемент скупа, празан скуп;</li> <li>- правилно употребљава одговарајуће скуповне симbole и изводи основне скуповне операције (унија, пресјек, разлика);</li> <li>- записује скупове у еквивалентним записима и представља скупове Веновим дијаграмом;</li> <li>- уочава подскуп и једнаке скупове;</li> <li>- упоређује, рашиљајује, реорганизује и комбинује различите стратегије за одређивање елемената скупа;</li> <li>- користи табеле и дијаграме за приказивање придрживања, по задатом правилу осмишљава и рјешава проблеме из свакодневног живота везано за скуповне операције;</li> <li>- развија хипотезе, планира и осмишљава методологију рјешавања проблемских задатака („скуповних једначина“).</li> </ul>	<p>Појам скупа. Венов дијаграм.</p> <p>Подскуп. Једнакост скупова.</p> <p>Скуповне операције: унија, пресјек, разлика, комплемент</p>	<p>Географија (скупови држава, небеских тијела)</p> <p>Српски језик (скупови ријечи)</p> <p>Биологија (скупови различитих врста биљака или животиња)</p>
<b>Тема 2: СКУПОВИ ТАЧАКА У РАВНИ (16)</b>		
<b>Ученик :</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- препознаје, именује,</li> </ul>	Основни геометријски	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Техничко образовање: разговарати са ученицима о</li> </ul>

<p>идентификује, обиљежава и „својим ријечима интерпретира“ појмове: тачка, права, раван, простор, дуж, полуправа, полураван, полупростор, изломљена линија, многоугаона линија, многоугао, унутрашња област многоугаоне линије, кружница, круг , концентричне кружнице;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разјашњава и пребројава број правих одређеним тачкама и број равни одређених тачкама и тачкама и правама;</li> <li>- демонстрира и примјењује скуповне операције на скуповима тачака у равни;</li> <li>- анализира односе датих геометријских објеката и запише их математичким писмом;</li> <li>- описује основне појмове у вези са кругом (центрар, полупречник, тангента, тетива, централни угао)</li> <li>- црта праву паралелну датој правој користећи геометријски прибор;</li> <li>- користи рачунарске програме за представљање геометријских објеката и њихових међусобних односа.</li> </ul>	<p>појмови (тачка, права, раван) и појам простора као скупа свих тачака.</p> <p>Геометријске фигуре као скупови тачака у равни (полуправа, дуж, полураван) и интуитивно схватање полупростора.</p> <p>Изломљена линија. Област. Многоугао.</p> <p>Примјена скуповних операција на геометријске скупове тачака.</p> <p>Конвексни скупови тачака.</p> <p>Кружница и круг. Елементи кружнице и круга.</p> <p>Оноси између двију правих, праве и кружнице (круга) и двију кружница (кругова). Концентрични кругови. Тангента.</p>	<p>исходима учења (шта ученици треба да науче) и садржајима (које садржије ученици уче) из предмета Техничко образовање који су у директној вези са исходима из математике: формати папира, употреба техничког прибора, правилно повлачење линија</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Информатика: употреба рачунарских програма који омогућавају представљање и манипулацију графичким објектима</li> <li>- Историја: Основе геометрије коју изучавамо у основној школи поставио је старогрчки математичар Еуклид у својим Елементима.</li> </ul> <p>Математичари античке Грчке су дали велики допринос развоју математике као науке, а математички постулати који су тада утемељени су у великој мјери прихваћени и данас. Наставник ученике може да усмјери да самостално истражују неке од достигнућа старогрчких математичара, а да своја сазнања презентују на часовима математике, историје, или факултативним активностима.</p>
--	---	--

### Тема 3: РЕЛАЦИЈЕ И ПРЕСЛИКАВАЊА (14 )

<p><b>Ученик:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појмове: релација, уређен пар, координата тачке, Декартов производ скупова;</li> <li>- уочава разне релације и њихова својства, посебно релацију једнакости и релације „бити мањи од...“ и</li> </ul>	<p>Појам релације. Граф релације.</p> <p>Уређен пар. Координата тачке.</p> <p>Декартов производ скупова.</p> <p>Појам функције. Примјери функција.</p>	<p>Исходи који се односе на релације и пресликања могу да се повежу са већином предмета, посебно у дијелу када се релације/пресликања приказују табличом или графиком.</p>
---	--	--

„бити већи од...“; - приказује релацију графом, табличом и скупом уређених парова; - препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појмове: пресликање (функција), координатна полуправа, координатна мрежа у равни која одговара природним бројевима (1.квадрант), график функције.	Координатна полуправа. Придруживање тачака координатне полуправе бројевима из скупа $N_0$ .  Координатна мрежа у равни (1.квадрант). Придруживање тачака координатне мреже (1. квадранта) уређеним паровима бројева.  Појам графика функције.	
---	--	--

#### Тема 4: УГАО (22 )

<b>Ученик :</b> - препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима интерпретира“ појмове: угаона линија, тјеме, краци угаоне линије, угао; - правилно користи геометријски прибор; - идентификује врсте и описе својства углова (сусједни, унакрсни, упоредни, углови на трансверзали, комплементни, суплементни, углови са паралелним и нормалним крацима) и примјењује њихове узајамне односе; - црта праву нормалну на дату праву, користећи геометријски прибор; - мјери угао и црта угао задате мјере; - упоређује, сабира и одузма углове рачунски и конструктивно.	Појам угаоне линије и угла.  Централни угао круга. Кружни лук и тетива. Преношење углова.  Упоређивање углова.  Врсте углова: - оштри, прави, тупи, опужени, неконвексни, пуни -сусједни, унакрсни -комплементни, суплементни, упоредни -углови на трансверзали -углови са паралелним и нормалним крацима  Сабирање и одузимање углова (графички)  Мјерење углова. Угломјер. Сабирање и одузимање углова (рачунски)	Техничко образовање: употреба техничког прибора, правилно повлачење линија  Информатика: употреба рачунарских програма који омогућавају представљање и манипулатију графичким објектима
---	---	--

#### Тема 5: ДЈЕЉИВОСТ БРОЕВА (16)

<b>Ученик :</b> - препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима“	Појам дјељивости у скупу $N_0$ . Чиниоци и садржаоци	Историја: исто као за претходне теме,
---	--	---------------------------------------

<p>интерпретира појмове: дјелилац, чинилац, садржалац, заједнички садржалац, заједнички дјелилац, највећи заједнички дјелилац, најмањи заједнички садржалац;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- примјењује правила дјељивости са 2, 3, 4, 5, 9, 25 и декадним јединицама, дјељивост збира и дјељивост производа;</li> <li>- извршава операцију „дијељење са остатком“ и разликује дијеленик, дјелилац и остатак у датом обрасцу;</li> <li>- разликује просте и сложене бројеве и познаје алгоритме растављања сложеног броја на просте чиниоце; одређивања највећег заједничког дјелиоца и најмањег заједничког садржаоца;</li> <li>- примјењује алгоритме за одређивање највећег заједничког дјелиоца и најмањег заједничког садржаоца;</li> <li>- користи рачунарске програме за проверу рачунских поступака у вези са дјељивошћу;</li> <li>- развија хипотезе, планира и осмишљава методологију решавања проблема везаних за дјељивост.</li> </ul>	<p>природног броја</p> <p>Правила дјељивости. Примјена правила дјељивости.</p> <p>Прости и сложени бројеви. Алгоритам растављања сложеног броја на просте чиниоце.</p> <p>Заједнички дјелилац и највећи заједнички дјелилац (НЗД). Алгоритам одређивања НЗД.</p> <p>Заједнички садржалац и најмањи заједнички садржалац (НЗС). Алгоритам одређивања НЗС.</p>	<p>Информатика: употреба рачунарских програма у циљу провјере резултата добијених алгоритмима</p>
---	--	---

#### Тема 6: РАЗЛОМЦИ - ПРИМЈЕНЕ РАЗЛОМАКА (52)

<p><b>Ученик :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појмове: разломак, бројилац, именилац, прави разломак, неправи разломак, привидни разломак, несводљив разломак, мјешовити број, реципрочна вриједност разломка, двојни разломак;</li> </ul>	<p>Појам позитивног рационалног броја и његово представљање у облику разломка, децималном облику и процентном запису.</p> <p>Прави и неправи разломци. Мјешовити број. Превођење неправих разломака у мјешовити број и обратно.</p>	<p>Информатика: употреба рачунарских програма у циљу провјере резултата добијених алгоритмима.</p> <p>Географија: размјера, рачунање удаљености између тачака на мапи уз помоћ задате размјере</p>
--	---	--

<ul style="list-style-type: none"> <li>- чита, записује, упоређује и представља на бројевној полуправи разломке у оба записа и преводи их из једног записа у други;</li> <li>- одређује мјесну вриједност цифре у запису децималног броја;</li> <li>- описује поступке проширивања и скраћивања разломака и правилно их извршава;</li> <li>- описује поступке превођења мјешовитог броја у неправи разломак и обратно;</li> <li>- правилно изводи рачунске операције сабирања, одузимања, множења и дијељења разломака;</li> <li>- користи рачунарске програме за проверу поступка израчунавања вриједности рационалних израза;</li> <li>- процјењује вриједност рационалног израза и тумачи добијене резултате у разним контекстима;</li> <li>- рјешава линеарне једначине и неједначине са рационалним коефицијентима;</li> <li>- препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појам аритметичке средине</li> <li>- израчунава аритметичку средину датих бројева</li> <li>- препознаје, именује, идентификује и „својим ријечима интерпретира“ појмове размјере</li> <li>- одређује проценат дате величине;</li> <li>- одређује размјеру двију величине;</li> <li>- примјењује размјеру и процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама.</li> </ul>	<p>Превођење једног записа рационалног броја у други.</p> <p>Проширивање и скраћивање разломака.</p> <p>Упоређивање разломака.</p> <p>Придружијање разломака тачкама бројевне полуправе.</p> <p>Појам реципрочне вриједности разломка.</p> <p>Рачунске операције са разломцима у оба записа (сабирање, одузимање, множење и дијељење)</p> <p>Појам двојног разломка.</p> <p>Израчунавање вриједности бројевних израза са разломцима у оба записа.</p> <p>Рјешавање једначина са разломцима (у оба записа)</p> <p>Рјешавање неједначина са разломцима (у оба записа)</p> <p>Приближна вриједност децималног броја.</p> <p>Аритметичка средина.</p> <p>Појам размјере. Бројевна размјера.</p> <p>Примјена размјере.</p> <p>Примјена процента.</p>	
--	---	--

**Тема 7: ИЗОМЕТРИЈСКЕ ТРАНСФОРМАЦИЈЕ У РАВНИ: ОСНА И ЦЕНТРАЛНА СИМЕТРИЈА (12)**

<b>Ученик:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- препознаје, именује, идентификује, обиљежава и „својим ријечима интерпретира“ појмове: осна симетрија, осно-симетричне тачке, осно-симетричне фигуре, симетрала дужи, симетрала угла, појам централне симетрије, централно-симетричне тачке, централно-симетричне фигуре;</li> <li>- разумије, разјашњава и изводи основне конструкције осно-симетричних фигура, централно-симетричних фигура, симетрале дужи, симетрале угла;</li> <li>- упоређује, рашиљајује и комбинује различите проблеме симетрије</li> <li>- развија хипотезе, планира и осмишљава методологију рјешавања проблема везаних за осну и централну симетрију.</li> </ul>	<p>Осна симетрија у равни.</p> <p>Осна симетричност двију тачака (фигура) и својства.</p> <p>Осно-симетричне фигуре.</p> <p>Симетрала дужи (својства и конструкција).</p> <p>Конструкција нормале у датој тачки праве и из дате тачке ван праве.</p> <p>Симетрала угла (својства и конструкција)</p> <p>Централна симетрија у равни.</p> <p>Централна симетричност двију тачака (фигура) и својства.</p> <p>Централно-симетричне фигуре.</p>	<p>Ликовна култура: уочавање симетрије.</p> <p>Техничко образовање: уочавање и цртање осно симетричних фигура.</p> <p>Биологија: уочавање симетрије код различитих организама.</p>
---	--	--

**ДИДАКТИЧКА УПУТСТВА И ПРЕПОРУКЕ**

**Напомена:** Обавезна су четири једночасовна школска писмена задатка годишње (са исправкама укупно 8 часова).

**СКУПОВИ И СКУПОВНЕ ОПЕРАЦИЈЕ**

Наставник треба да води рачуна да ученици у шести разред долазе из сигурног окружења формираног од стране учитеља/учитељице, да нису привикнути на предметну наставу, као и да још увијек немају изграђен математички начин размишљања и поимање математике као науке. Не владају у довољној мјери математичким речником, а ниво знања и техника рачунања могу да буду веома хетерогени. Због тога је важно пажљиво приступити поучавању на почетку шестог разреда и константно охрабривати ученике да, кроз предан и упоран рад, математику посматрају као користан алат за рјешавање проблема из свакодневног живота.

У првој теми упознати ученике са појмовима скуп, елемент скупа, празан скуп као и са обиљежавањем и начином задавања скупова. Увести појмове подскуп и надскуп и појам једнаких скупова.

Наставник може користити различите примјере из других предмета, као што су: географија (скупови држава, небеских тијела...), биологије (скупови биљака, животиња), језика (скупови ријечи) и сл. Треба мотивисати ученике да скупове представљају на различите (еквивалентне) начине. Сугерисати правилну употребу витичастих заграда. Наставник треба да укаже ученицима на чињеницу да се скупови могу представљати на различите начине, а да ученик треба сам да препозна који начин је најпогоднији за дати проблем.

Затим прећи на скуповне операције: унија, пресјек, разлика, комплемент скупа.

### **СКУПОВИ ТАЧАКА У РАВНИ**

Прихваташе геометријских појмова *ТАЧКА*, *ПРАВА И РАВАН* као *ОСНОВНИХ ГЕОМЕТРИЈСКИХ ПОЈМОВА* и прихваташе геометријских појмова као скупова тачака у равни. Схватити настанак геометријских појмова као примјену скуповних операција на скупове тачака у равни (дуж, полуправа, полураван).

Од ученика тражити прецизност у цртању геометријских објеката. Ученици треба да стекну вјештине цртања како слободном руком, тако и употребом помагала (лењир и шестар). Повезати односе између објеката са почетним исходима из ове теме: на примјер, пресјек двије праве, пресјек праве и кружнице, пресјек двије кружнице. Користити прецизан математички речник: на примјер, двије праве које припадају истој равни су паралелене ако им је пресјек празан скуп и сл.

У разговору са ученицима дискутовати о рачунарским програмима којима се омогућава представљање и манипулисање геометријских објеката на рачунару. Од ученика тражити да представљају различите објекте у рачунарским програмима и уочавају њихове међусобне односе.

Следећи корак јесу различити примјери конвексних скупова тачака које треба схватити као уније, пресјеке и разлике скупова тачака. Слиједи настанак изломљене линије, области, кружнице, круга, многоугаоне линије и многоугла.

На крају треба скренути пажњу на то у каквом међусобном положају могу бити два скупова тачака у равни, односно шта све може бити њихов пресјек: двије праве, двије дужи, двије полуправе, праве и кружнице (круга) и двије кружнице (круга).

### **РЕЛАЦИЈЕ И ПРЕСЛИКАВАЊА**

Важно мјесто у математици заузимају појмови релација и пресликавање. Важно је ученицима скренути пажњу да је појам релације присутан све вријеме њиховог досадашњег школовања, али да се он прихвата као општи појам из свакодневног живота који доводи у везу два објекта. Треба одабрати једноставне примјере који нас окружују као примјере релација и подсјетити их на неке релације са којима су се до сад у математици сусретали ( $=, <, >, \parallel, \perp$ ). На што једноставнији начин увести појам уређеног пара. Строге дефиниције релације и уређеног паре не треба наводити, јер их ученици не би разумјели.

У обради релације не треба се ограничавати на примјере који се односе само на елементе једног скupa, него узимати примјере релација између елемената два скupa.

Појам пресликавања (функције) један је од најважнијих појмова у математици. Идеја функције присутна је у настави математике од самог почетка увођења појма броја и операције. У нижим разредима појам функције се јавља код утврђивања зависности збира, разлике, производа и количника од компонената, тако да су то можда и најбољи примјери на којима треба увести појам функције.

Дакле, полазећи од конкретних примјера, придржујући елементе полазног скupa, према одређеном пропису (правилу, закону, договору) елементима долазног скupa, ученици треба да схвате да се сваком елементу полазног скupa (оригиналу) придржује тачно један елемент долазног скupa (слика).

Обавезно приказати случај и кад су полазни и долазни скup једнаки, тј. када се скup пресликava у самог себе.

Важно је напоменути да се на овом узрасту термини пресликавање и функција имају исто значење, мада знамо да је свака функција и пресликавање и да обрнуто не мора да важи.

Илустрацијом представити шта све може бити функција, тако да ученици треба да схвате да

више оригинала могу имати једну слику, али и то да сви елементи долазног скупа не морају бити слике. Стално скретати ученицима пажњу на појмове „сваком“ и „тачно један“.

Једноставније примјере функција приказати на све начине: графом (скуповима), табличом, скупом уређених парова, формулом и графички. Наставник треба да припреми више примјера функција које потичу из других предмета, посебно из природних наука: биологије и географије.

Важан детаљ је успостављање везе између појмова релације и функције, тако да ученици схвате да је свака функција релација, али да свака релација није функција.

Такође треба обратити пажњу на појмове координатне полуправе и координатне мреже у равни (1.квадрант), као и на моменат придруживања тачака полуправе бројевима из скупа  $N_0$ , али и тачака координатне мреже уређеним паровима бројева из скупа  $N_0$ .

Не треба инсистирати на строгој дефиницији функције, него само на правилном схваташњу функционалне зависности међу величинама, јер се свакако појам функције у наредним разредима детаљније изучава.

### УГАО

У оквиру теме *СКУПОВИ ТАЧАКА У РАВНИ* зауставили смо се код појмова изломљене линије, области, многоугаоне линије и многоугла. Појам угла треба наставити ту где смо стали и дефинисати га као унију скупа тачака двије полуправе са заједничким почетком коју зовемо **угаона линија** и једне од двију области на које та угаона линија дијели раван. Обавезно је нагласити да угаона линија одређује у равни двије области, тако да увијек једна угаона линија у равни одређује два угла.

Посебну пажњу треба обратити на обиљежавање углова.

Водити рачуна да ученици треба да схвате појам централног угла, однос кружних лукова и тетива и централних углова у истој и кружницама једнаких полупречника и на тај начин представити поступак конструкције једнаких углова (преношење углова).

Израдом модела углова или кориштењем различитих алата на рачунару усмјеравати ученике да сами дођу до закључка да подударним тетивама или кружним луковима у истој или подударним кружницама одговарају једнаки централни углови. На овом закључку треба темељити сабирање и одузимање углова конструкцијивно (графички).

Мјерење углова треба засновати на чињеници да угао „има величину“ и да „све што има величину“ можемо измјерити. Увести основни угао од  $1^\circ$  као јединицу мјере и мање јединице ( $1'$  и  $1''$ ). Важно је упознавање са угломјером, као спровом помоћу које мјеримо величину угла и правилно кориштење угломјера. Када уведемо мање јединице за мјерење величине угла од  $1^\circ$  и везе између њих, обратити посебну пажњу на аритметичко сабирање и одузимање углова, аналогно операцијама сабирања и одузимања вишеимених бројева код других величине.

Увести основне врсте углова (оштри, прави, тупи, опружени, неконвексни, пуни) и њихове величине.

Појам комплементних и суплементних углова увести приликом рјешавања одговарајућих задатака, рачунског или графичког карактера код сабирања углова.

Скренuti пажњу на два угла који имају један заједнички крак приликом графичког сабирања углова и увођење појма сусједних углова, а онда запажање таквих сусједних углова који су истовремено и суплементни и прихватање појма упоредних углова, као и уочавање да суплементни углови не морају бити упоредни, а упоредни углови су обавезно суплементни.

Запажање углова које граде двије праве које се сијеку, те уочавање парова сусједних и несусједних углова и увођење појма унакрсних углова и њихову једнакост доказати израдом модела, али и кориштењем прилагођених алата на рачунару.

На сличан начин, помоћу модела или кориштењем прилагођених рачунарских алата правилно формирање појмова углова на трансверзали, углова са паралелним и нормалним крацима и њихове међусобне односе.

## **ДЈЕЉИВОСТ БРОЈЕВА**

Ако говоримо о алгебарским садржајима у овој школској години, онда говоримо о веома важним садржајима из теме дјеливости бројева и о разломцима. Готово половину укупног фонда часова обухватају ове двије алгебарске теме, што и говори о важности ових садржаја. Тема **ДЈЕЉИВОСТ БРОЈЕВА** уствари представља алат за изучавање разломака.

Дјеливост бројева треба започети кроз причу о операцији дијељења и о томе како она није затворена у скупу  $N_0$  и услове које морају задовољити дијељеник и дјелилац да количник буде из истог скупа, те на тај начин увести појмове садржаоца и дјелиоца и релације „бити дјелив“. Такође треба указати да неки парови бројева нису у тој релацији и увести појам „дијељења са остатком“ и правилно схватање обрасца

$$a = bq + r$$

и улогу сваког од бројева  $a, b, q, r$  као и запажање да је  $0 \leq r < b$ .

Кроз примјере изводити закључке о критеријумима дјеливости збира и производа бројева, као и критеријумима дјеливости декадним јединицама и бројевима 2, 5, 4, 25, 3, 9 и њихову примјену у задацима.

Увођење појмова прост број и сложен број кроз одређивање дјелилаца неких бројева те генерализацијом треба доћи до закључка да се сваки сложени број на јединствен начин може представити у облику производа простих бројева. Прихватање алгоритма растављања сложеног броја на прсте чиниоце и алгоритама за одређивање **НАЈВЕЋЕГ ЗАЈЕДНИЧКОГ ДЈЕЛИОЦА (НЗД)** и **НАЈМАЊЕГ ЗАЈЕДНИЧКОГ САДРЖАОЦА (НЗС)** бројева. Нарочито је важно инсистирати на усменом одређивању НЗД и НЗС у једноставнијим примјерима и показати ученицима неке технике за њихово одређивање.

Посебну пажњу обратити на текстуалне задатке из дјеливости и повести рачуна да ови задаци могу бити веома озбиљни.

Када је ријеч о употреби рачунарских програма за провјеру рачунских поступака у вези са дјеливашћу, водити рачуна да ученици поступке проводе самостално (користећи "оловку и папир"), а да рачунарске програме користе искључиво за провјеру, или за додатна истраживања, тестирања хипотеза и закључивања.

Тема која укључује области везане за прсте бројеве треба да буде обрађивана у ширем контексту, јер се прости бројеви изучавају још од античких времена и имају огромну примјену у савременој науци. Наставник може да презентује чувени Ератостенов алгоритам за проналажење простих бројева. Скуп простих бројева је бесконачан (што је и Еуклид доказао), а проналажење великих простих бројева је значајан задатак који је у фокусу истраживања у посљедњим деценијама, посебно након појаве моћних рачунара. Наставник ученике може да усмјери да самостално истражују достигнућа везана за прсте бројеве (на примјер, задати задатак да ученици на интернету пронађу информацију о тренутно највећем познатом прстом броју).

## **РАЗЛОМЦИ - ПРИМЈЕНЕ РАЗЛОМАКА**

У 6. разреду обрађујемо само „позитивне разломке“, тако да не треба инсистирати на појму рационалног броја, нити на његовој дефиницији. Међутим, сам појам разломка и операције са разломцима представљају за ученике најтежи дио аритметике, тако да треба посебну пажњу посветити овој теми. Највјероватније да потешкоће ученицима долазе из чињенице што ученици баш и немају праву представу шта разломак нумерички представља.

У обради разломака треба полазити од примјера, а онда инсистирати на томе да ученици сопственим размишљањем дођу до правила. Ученици су се у претходним разредима упознали са појмом разломка, али се на то не можемо баш потпуно ослонити. Дакле, на појму разломка треба се довољно дugo задржати, уз илustrације на конкретним физичким објектима и геометријским

фигурама (дуж, круг, квадрат, правоугаоник, итд) или кориштењем прилагођених рачунарских алата и увести разломак као количник два природна броја, као за дио једне целине (разломак  $\frac{m}{n}$  као  $m$  н-тих дијелова јединице или  $n$ -ти дио  $m$  јединица).

Проширивање и скраћивање разломака може се увести користећи упоређивање разломака или користећи особине количника (знати да се количник не мијења ако и дијеленик и дјелилац помножимо или подијелимо истим бројем). Ученике треба упозорити да је проширивање увијек могуће, али да скраћивање није. Скратити разломак можемо само у случају када бројилац и именилац имају заједничких дјелилаца и да га можемо скратити са било којим заједничким дјелиоцем, али када разломак скратимо са **НЗД** бројиоца и имениоца, разломак прелази у тзв. **несводљив разломак**.

Процентни и децимални запис разломка се много користе у пракси, тако да велику пажњу треба посветити овим записима разломка.

Сабирање и одузимање разломака треба обрађивати упоредо, јер између ове двије операције нема разлике кад је у питању техника рачунања. Основу рачуна сабирања и одузимања разломака представља сабирање и одузимање разломака једнаких именилаца и томе треба посветити највећу пажњу. Све треба добро пропратити илустрацијама, користећи геометријске фигуре и бројевну полуправу. Посебно наставници који имају могућност кориштења модерних технологија, на екрану рачунара или видео-биму могу за веома кратко вријеме да дођу до веома добрих резултата. Када ученици прихватавате да се сабирање разломака једнаких именилаца своди на разломак истог имениоца, а при том њихов бројилац постаје збир бројилаца датих разломака, може се прећи и на сабирање и одузимање разломака различитих именилаца. Важно је да су ученици прихватили да се проширивањем разломака вриједност разломка не мијења и онда је потпуно јасно да приликом сабирања разломака различитих именилаца треба разломке да проширимо до истог имениоца и том приликом треба да користе одређивање **НЗС** именилаца датих разломака.

Треба показати сабирање и одузимање разломака различитих именилаца на довољном броју примјера и лагано механизовати поступак. Веома је важно у овом периоду радити велики број различитих вјежби, користити различите програмиране материјале, али се данас добри резултати могу постићи кориштењем рачунара у школама у којима за то постоји могућност.

Као и код природних бројева, ученици треба да приликом рјешавања задатака дођу до закључка да је сабирање разломака комутативно и асоцијативно. Ова својства не треба доказивати у редовној настави, него се требе трудити да ученици кроз примјере савладају примјену ових својстава.

Што се тиче сабирања и одузимања разломака у децималном запису, ту се треба користити сабирање и одузимање децималних разломака и при томе посебну пажњу треба посветити децималним разломцима чији су имениоци декадне јединице истог реда. Треба форсирати што већи број примјера, кроз различите типове вјежби, провјеравања, задавања задатака за домаћи рад, јер је ово заиста осјетљиво и важно градиво и треба ову процедуру практично механизовати.

Када су у питању једначине и неједначине са сабирањем и одузимањем разломака, ту се једноставно треба ослањати на ученичка предзнања из нижих разреда која се односе на рјешавање једначина и неједначина и примјену знања о сабирању и одузимању разломака. Једино треба повести рачуна о представљању рјешења неједначине на бројевној полуправи и о томе да се рјешења неједначине не могу представити скупом, тј. набрајањем елемената, него треба увести појам интервала. Приликом задавања неједначина треба повести рачуна да се у рјешењима не добију вриједности из скупа негативних рационалних бројева, како се уосталом о томе водило рачуна и раније.

Што се тиче множења и дијељења разломака, треба прво увести операцију множења, и то

множења разломака природним бројем, користећи наравно операцију сабирања. Знамо да је

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

Односно, да када 3 пута саберемо разломак  $\frac{1}{5}$ , да добијемо  $\frac{3}{5}$ , што значи да је

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

и на томе темељити операцију множења. Рјешавањем довољног броја примјера ученици самостално треба да дођу до закључка да приликом множења разломка природним бројем добијамо разломак истог имениоца, а чији је бројилац једнак производу тог природног броја и бројиоца датог разломка. Кориштењем различитих илустрација или кориштењем презентација на рачунару ученике треба наводити на закључак о скраћивању тог природног броја и имениоца датог разломка.

Такође је веома важно да ученици схвате појам „ $\frac{m}{n}$  од  $x$ “ као операцију множења разломка  $\frac{m}{n}$  бројем  $x$  и лагано број  $x$  мијењати разломком и увести правило множења разломака. Кориштењем илустрација или модерних технологија треба увести тзв. „унакрсно скраћивање разломака“ и форсирањем великог броја примјера, индуктивним путем кроз различите врсте вјежби и домаћих задатака механизовати ову активност.

Као и код природних бројева, ученици треба да приликом рјешавања задатака дођу до закључка да је множење разломака комутативно и асоцијативно. Ова својства не треба доказивати у редовној настави, него се требе трудити да ученици кроз примјере савладају примјену ових својстава.

Код операције дијељења разломака важан корак јесте увођење тзв. **"реципрочне вриједности разломка"** и свођење операције дијељења на операцију множења разломка реципрочном вриједности дјелиоца. Приликом операције дијељења искористити и увести појам двојног разломка и правило да се „сваки спољашњи члан двојног разломка може скратити са било којим унутрашњим“.

У децималном запису код операције множења треба наглашавати да се множење своди на множење природних бројева (односно посматрајући децималне бројеве без зареза) и једноставним издавањем онолико децимала колико их оба чиниоца имају заједно. Обратити пажњу на множење и дијељење децималног броја декадном јединицом и децималним разломком у децималном запису, односно на тзв. **"клизни зарез"** и његово помијерање зависно од рачунске операције лијево или десно за онолико мјеста колико декадна јединица има нула или децимални број децимала.

Што се тиче децималног записа разломка, повести рачуна о правилном заокруживању на одређен број децимала.

Посебну пажњу треба посветити примјени разломака, рјешавању једначина, неједначина, проблемских задатака.

Такође је веома важно правилно формирање појма размјере и примјена процента.

До појма размјере најбоље је доћи практично, упоређивањем двију истоимених величина, најлакше помоћу штапића или конопца, упоређивањем њихове дужине. Важно је да ученици самостално дођу до закључка да размјера показује колико се пута мања величина садржи у већој или колико пута већа величина садржи мању (ако је то могуће) или количник два броја од којих сваки од њих говори о томе колико се пута нека трећа (њихова заједничка мјера) налази у свакој од њих. Важно је да ученици схвате да је важан редослијед чланова размјере. Избор задатака треба да има везе са свакодневним животом и праксом која ће ученицима и бити најважнија, те укључити корелацију са другим предметима (техничко образовање, географија, ликовна култура, а

све покушати доказати кроз кориштење на часовима информатике, кориштењем одговарајућих програмских пакета).

Са појмом процента ученици ће се само упознати кроз различите записи рационалног броја, али посебну пажњу треба посветити његовој примјени. Кроз занимљиве примјере из теорије скупова, кориштењем илустрација или (ако је то могуће) на рачунару увести појмове „главница и процентни износ“ и оно што је важно јесте успоставити одговарајућу везу између главице и „100%“ и проценог износа и процента. Постоји више различитих начина, али је можда ученицима најприродније да се сами увјере да „онолико пута колико је 100% веће или мање од процента, да је исто толико пута главница већа или мања од проценог износа“. Даље се све своди на рјешавање једначина у којим је нешто од „то троје“ непознато. Задаци за примјену проценог рачуна треба да се односе на примјере из праксе, што доприноси бољем остваривању васпитних циљева у настави математици.

### **ИЗОМЕТРИЈСКЕ ТРАНСФОРМАЦИЈЕ У РАВНИ: ОСНА И ЦЕНТРАЛНА СИМЕТРИЈА**

Инсистирати на појму геометријске трансформације и појму „пресликавању тачака у равни“. Како је појам симетрије присутан у природи, посебну пажњу треба прво посветити осној симетрији. Појам осне симетрије треба увести навођењем разних примјера, извођењем огледа и цртањем осно-симетричних фигура на квадратној мрежи. Од огромне помоћи могу бити разне презентације на рачунару, уколико наставник у ученици има ту могућност.

За примјере осне симетрије могу се користити поједини листови биљака, разне животиње (лептир), а за огледе најпогодније је користити цртање фигуре и њено „пресликавање“ које добијемо пресавијањем папира. Погодан је провидни папир (паус папир) и маказе, игла шестара.

У току извођења огледа важно је указивати на својства: да су одговарајуће осно-симетричне тачке једнако удаљене од праве (осе симетрије) и да одређују праву која је нормална на осу симетрије (провјеру вршити кориштењем правогугла на трокуту), да се тачке на оси симетрије пресликавају у саме себе (чување колинеарности), да се дуж пресликава у подударну дуж (чување растојања тачака), те да се свака фигура пресликава у њој подударну фигуру. Дакле, треба лагано напомињати да је осна симетрија изометријска трансформација, али не инсистирати на том термину.

Такође треба посветити пажњу и извођењу конструктивних задатака на квадратној мрежи и сваки пут провјеравати подударност (мјерењем дужине).

Појам симетрале дужи може се увести једноставним примјером: дате су двије тачке у равни (које погодно одаберемо). Задатак је да се нацрта права у односу на коју су те двије тачке осно-симетричне.

Оно што је важно јесте да када се правилно формира појам осне симетрије, ученици лако схвате појам симетрале дужи и симетрале угља, те њихову конструкцију и примјену у рјешавању конструктивних задатака.

Појам централне симетрије треба увести на исти начин као и појам осне симетрије. Показати на моделима, извођењем огледа и кориштењем разних алата на рачунару. Оно што је најважније јесте паралелно их посматрати, тако да оно што је код осне симетрије била права, код централне симетрије је тачка. Ученици сами треба да дођу до закључка о особинама централно-симетричних тачака: да оне припадају истој правој којој припада и центар симетрије, да се налазе са различитих страна у односу на центар симетрије и да су једнако удаљене од центра симетрије.

### **ДОДАТНИ РАД**

Садржаји додатног рада морају, пре свега, бити везани за садржаје овог разреда и на тај начин бити њихова интензивнија обрада. Уз то, могу да се изаберу и све друге занимљиве теме водећи рачуна да су битно садржајне.