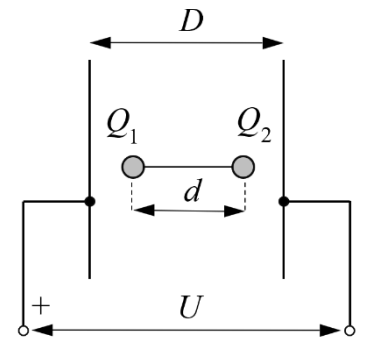


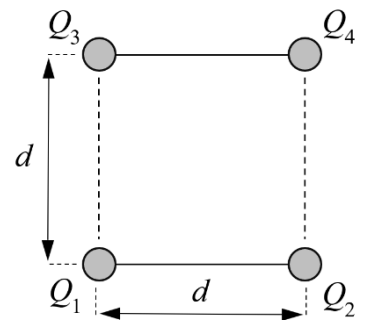
IX РАЗРЕД

1. Два тачкаста наелектрисања, количина  $Q_1 = 4 \text{ nC}$  и  $Q_2 = -4 \text{ nC}$ , налазе се на малом и фиксном међусобном растојању од  $d = 3 \text{ mm}$  и формирају крути систем који се у теорији назива *електростатички дипол*. Један овакав дипол унесен је у страно електрично поље које постоји у простору између вертикалних плоча ваздушног кондензатора. Правац осе дипола је паралелан плочама, размакнутим за  $D = 25 \text{ cm}$ , а сам кондензатор је прикључен на извор константног напона  $U = 500 \text{ V}$  (слика 1а). Занемарити ивичне ефекте.



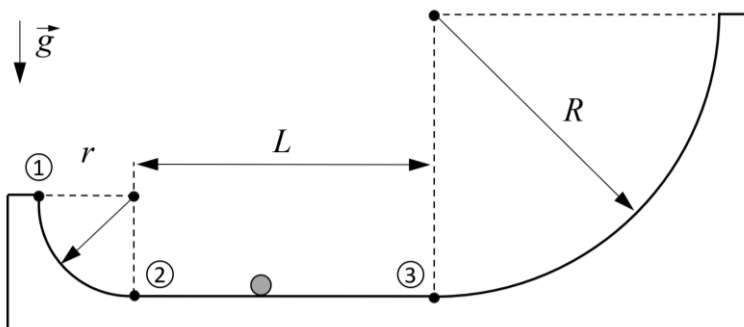
Слика 1а: Дипол у електричном пољу

- (а) Израчунати интензитет силе  $F_e$  којом страно електрично поље дјелује на свако од наелектрисања, интензитет резултујуће електричне силе  $F_r$  на дипол, као и укупан момент  $M$  који стварају те силе (у односу на његово средиште).  
 (б) Скицирати положај стабилне равнотеже дипола у електричном пољу.  
 (в) Израчунати минималан напон  $U_{\min}$  између плоча кондензатора при коме долази до „раскидања“ дипола. Ова појава, чији је механизам у доста грубој мјери сличан тзв. *електричном пробоју* код појединих материјала, испољава се када сила којом страно електрично поље дјелује на наелектрисања дипола постане јача од привлачне електростатичке силе између њих. Претпоставити да се дипол налази у положају стабилне равнотеже одређеном у тачки (б).  
 (г) Дипол се затим измјести у област у којој не постоји страно електрично поље, а изнад њега се постави и други дипол чији су параметри  $Q_3 = Q_1$ ,  $Q_4 = Q_2$  и  $d$  (слика 1б). Средина је ваздух. Одредити, правац смјер и интензитет електростатичке силе  $F_R$  којом један дипол дјелује на други.

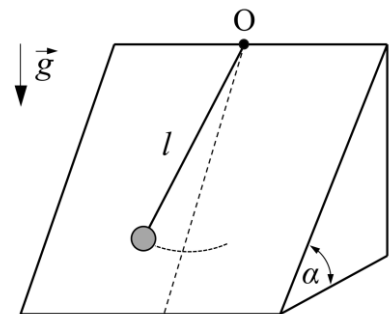


Слика 1б: Систем два крута дипола

2. Тијело занемарљивих димензија налази се у положају ② на глатком полигону састављеном од два цилиндрична жлијеба, полупречника  $r = 10 \text{ cm}$  и  $R = 40 \text{ cm}$ , као и хоризонталног дијела чија је укупна дужина  $L = 36 \text{ cm}$  (слика 2а). Након што се благо помјери дуж мањег жлијеба ка тачки ①, тијело почне да осцилује дуж полигона. Познато је да је брзина тијела при проласку кроз тачку ② тада  $n = 4$  пута мања од брзине коју би тијело имало да је кретање започело из положаја ①. Друго мало тијело окачено је за слободан крај лаког и неистегљивог канапа, причвршћеног за врх глатке стрме равни нагибног угла  $\alpha = 30^\circ$ . Затим је и ово тијело благо изведено из равнотежног положаја и пуштено да слободно осцилује (слика 2б).  
 (а) Наћи интензитет брзине  $v$  првог тијела при проласку кроз тачку ②, као и његов период осциловања  $T_1$ .  
 (б) Периоди осциловања првог и другог тијела су једнаки. Колика је дужина  $l$  употријебљеног канапа?



Слика 2а: Полигон дуж кога се креће прво тијело

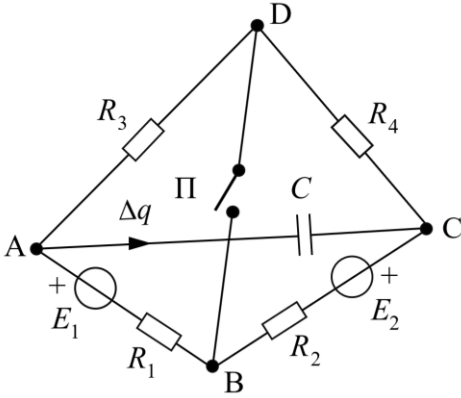


Слика 2б: Друго тијело и стрма раван

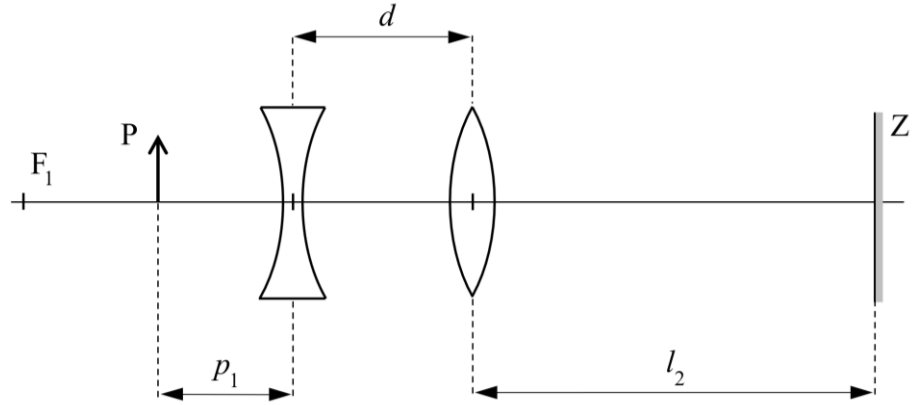
3. У електричном колу сталне струје, приказаном на слици 3, познате су електромоторне силе идеалних напонских генератора  $E_1 = 30 \text{ V}$  и  $E_2 = 15 \text{ V}$ , отпорности  $R_1 = 700 \Omega$ ,  $R_2 = 600 \Omega$ ,  $R_3 = 300 \Omega$  и  $R_4 = 1,4 \text{ k}\Omega$ , као и капацитивност кондензатора  $C = 4 \mu\text{F}$  (слика 3). Кондензатор је прије везивања у коло био неоптребен.  
 (а) Израчунати напон  $U_C^{(0)}$  на кондензатору у првом стационарном стању, при отвореном прекидачу П.

IX РАЗРЕД

- (б) Колика је јачина електричне струје  $I_{DB}^{(Z)}$ , при затвореном прекидачу П, кроз грану у којој се он налази?  
 (в) Израчунати напон  $U_C^{(Z)}$  на кондензатору након затварања прекидача П, у другом стационарном стању.  
 (г) Која количина наелектрисања  $\Delta q$  протекне кроз грану са кондензатором услед затварања прекидача П?



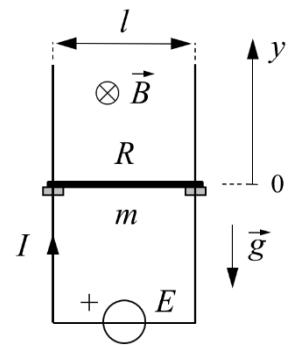
Слика 3: Електрично коло



Слика 4: Оптички систем састављен од сабирног и расипног сочива

4. Испред танког расипног сочива чија је жижна даљина  $f_1 = 30$  cm, постављен је, на удаљености  $p_1 = 15$  cm од његовог центра, свијетао предмет висине  $P = 7,5$  cm. Када се иза расипног постави танко сабирно сочиво, коначан и оштар лик предмета формира се на заклону Z, на удаљености  $l_2 = 45$  cm иза сабирног сочива. Главне оптичке осе сочива се поклапају, а њихово међусобно растојање износи  $d = 20$  cm (слика 4).  
 (а) Одредити жижну даљину  $f_2$  сабирног сочива.  
 (б) Конструисати коначан лик предмета, а затим одредити укупно увећање система  $u_{uk}$  и висину тог лика  $L_2$ .

5. Поједностављени модел електромагнетног лифта који чине проводна и покретна шипка, масе  $m = 5$  kg и дужине  $l = 1$  m, вертикалне проводне шине занемарљиве отпорности и идеалан напонски генератор лежи у вертикалној равни (слика 5а). У истој области простора постоји и хомогено магнетно поље индукције  $B = 981$  mT, чије су линије хоризонталне. Електрична отпорност шипке износи  $R = 0,2 \Omega$ . Лифт започиње кретање из стања мировања, у временском тренутку  $t_0 = 0$  s и са почетне позиције  $y_0 = 0$  m. Електромоторна сила  $E$  идеалног напонског генератора мијења се, у току времена, као што приказује график зависности  $E(t)$  (слика 5б). Занемарити присуство трења при кретању, као и индуковану електромоторну силу унутар шипке.



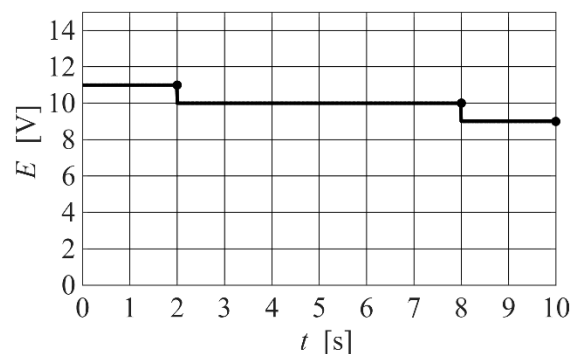
Слика 5а: Лифт

- (а) За временски интервал  $0 \leq t \leq t_{stop}$ , при чему је са  $t_{stop} = 10$  s означен тренутак када се активира сигурносна кочница, извести израз који описује како се мијења интензитет убрзања шипке у току времена,  $a(t)$ .

- (б) Израчунати интензитет максималне брзине коју достиже шипка приликом кретања  $v_{max}$ , а затим и вриједност њене  $y$  – координате у тренутку заустављања  $y_{stop}$ .

- (в) Одредити интензитет средње брзине кретања шипке  $v_{sr}$ .

- (г) Колики је коефицијент корисног дејства  $\eta$  оваквог модела електромагнетног лифта? Кратко прокоментарисати резултат.



Слика 5б: График зависности  $E(t)$

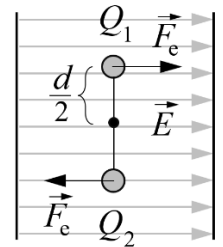
**Напомена:** Гравитационо убрзање износи  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, а Кулонова константа за вакуум  $k = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

IX РАЗРЕД

Упутство за бодовање. Овдје је приказан један начин рјешавања задатака. Уколико ученици ријеше задатак другачијим, а физички исправним начином, треба им дати пуни број поена предвиђен за тај задатак. Исто тако, ако ученици не напишу сваки овдје предвиђени корак, а видно је да су га направили, треба им дати исти број поена као да су га написали. Сваки тачно ријешен задатак доноси 20 поена. Број поена за поједине кораке дат је у загради подебљаним фонтом, као на примјер: 4 поена – (4п).

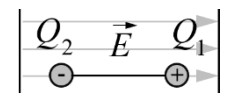
1.  $Q_1 = Q_3 = 4 \text{ nC}$ ,  $Q_2 = Q_4 = -4 \text{ nC}$ ,  $d = 3 \text{ mm}$ ,  $D = 25 \text{ cm}$ ,  $U = 500 \text{ V}$ ,  $F_c = ?$ ,  $F_r = ?$ ,  $M = ?$ ,  $U_{\min} = ?$ ,  $F_R = ?$

(а) Јачина ел. поља између плоча је  $E = \frac{U}{D}$  (1п) (1), а интензитет електричне силе која дјелује на свако наелектрисање  $F_c = Q_1 E$  (1п) (2). Замјеном (1) у (2), добија се да је тражена сила:  $F_c = \frac{Q_1 U}{D}$  (1п) (3) или  $F_c = 8 \mu\text{N}$  (1п). Резултујућа електрична сила на дипол је  $F_r = 0$  (1п), а момент  $M = 2F_c \frac{d}{2} = F_c d$  (1п) или  $M = 24 \text{ nNm}$  (1п) (слика 1а).



Слика 1а

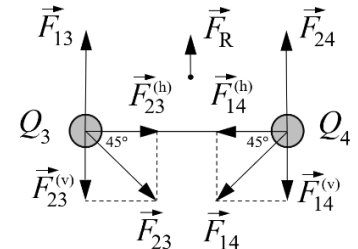
(б) Положај стабилне равнотеже дипола је хоризонтални положај са слике 1б – (2п).  
(в) Интензитет привлачне електростатичке силе између  $Q_1$  и  $Q_2$  је  $F_{12} = k \frac{|Q_1 Q_2|}{d^2}$  (1п), па уз услов „раскидања“  $F_c > F_{12}$  и (3) имамо:  $U_{\min} > kD|Q_2|/d^2$  (2п) и  $U_{\min} > 1 \text{ MV}$  (1п).



Слика 1б

(г) Наелектрисања  $Q_1$  и  $Q_3$ , односно  $Q_2$  и  $Q_4$ , међусобно се одбијају силом чији је интензитет  $F_{13} = F_{24} = k \frac{Q_1 Q_3}{d^2}$  (1п) (4), док се наелектрисања  $Q_2$  и  $Q_3$ , односно  $Q_1$  и  $Q_4$ , међусобно привлаче силом интензитета  $F_{23} = F_{14} = k \frac{|Q_2 Q_3|}{(d\sqrt{2})^2} = k \frac{|Q_2 Q_3|}{2d^2}$  (1п) (5). Хоризонталне компоненте

$F_{23}^{(h)} = F_{23}^{(v)} = F_{14}^{(h)} = F_{14}^{(v)} = k \frac{|Q_2 Q_3|}{2d^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$  (1п) (6) се поништавају, а резултујућа сила на горњи дипол је  $F_R = F_{13} + F_{24} - F_{23}^{(v)} - F_{14}^{(v)}$  (1п) (7). Замјеном (4), (5) и (6) у (7), слиједи:  $F_R = \frac{2k}{d^2} \left( Q_1 Q_3 - \frac{\sqrt{2}}{4} |Q_2 Q_3| \right)$  (2п) или  $F_R = 8(4 - \sqrt{2}) \text{ mN}$  (1п).



Слика 1в

**Напомена:** Због прегледности самих илустрација, растојања нису нацртана у стварној размјери ( $d \ll D$ ).

2.  $r = 10 \text{ cm}$ ,  $R = 40 \text{ cm}$ ,  $L = 36 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $n = 4$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $v = ?$ ,  $T_1 = T_2$ ,  $T_1 = ?$ ,  $l = ?$

(а) У положају ①, тијело има само потенцијалну енергију  $E_1 = mgr$  (1п) (1), док је у положају ② укупна механичка енергија  $E_2 = \frac{m(nv)^2}{2}$  (1п) (2). Из закона одржања енергије слиједи да мора бити  $E_1 = E_2$  (3).

На основу (1), (2) и (3) добија се тражена брзина:  $v = \sqrt{2gr}/n$  (1п), односно  $v = 0,35 \text{ m/s}$  (1п). Кретање тијела дуж жљебова еквивалентно је осциловању математичког клатна чија је дужина једнака полупречнику жлијеба, а одговарајући периоди су  $T_r = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$  (1п) (4) и  $T_R = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$  (1п) (5). Тијело пређе хоризонтални

дио полигона за вријеме  $\Delta t = \frac{L}{v}$  (1п) (6), док је тражени период  $T_1 = \frac{1}{2} T_r + 2\Delta t + \frac{1}{2} T_R$  (3п) (7). Замјеном израза

(4), (5) и (6) у (7), коначно се добија:  $T_1 = \pi \left( \sqrt{\frac{r}{g}} + \sqrt{\frac{R}{g}} \right) + \frac{2L}{v}$  (2п) или  $T_1 = 3 \text{ s}$  (1п).

IX РАЗРЕД

(б) У овом случају, тијело поново осцилује као и математичко клатно дужине  $l$ , при чему је ефективно гравитационо убрзање  $g_{\text{eff}} = \frac{g}{2}$  (3п) (8). Период осциловања је  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{\text{eff}}}}$  (1п) (9), уз услов  $T_1 = T_2$  (10).

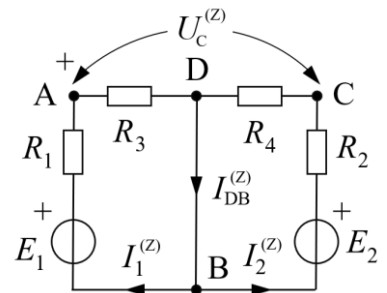
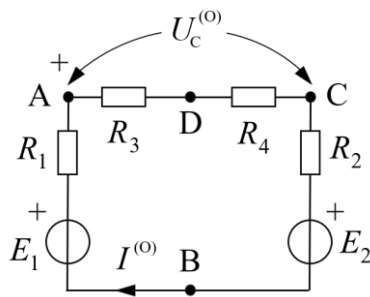
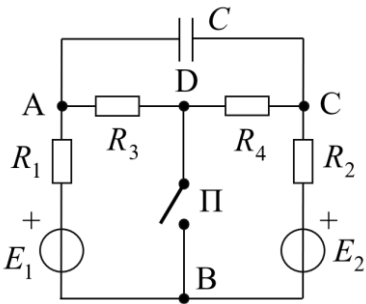
Замјеном израза (8) и (9) у (10), лако се добија тражена дужина канапа:  $l = \frac{gT_1^2}{8\pi^2}$  (2п) или  $l \approx 112 \text{ cm}$  (1п).

3.  $E_1 = 30 \text{ V}$ ,  $E_2 = 15 \text{ V}$ ,  $R_1 = 700 \Omega$ ,  $R_2 = 600 \Omega$ ,  $R_3 = 300 \Omega$ ,  $R_4 = 1,4 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 4 \mu\text{F}$ ,  $U_C^{(0)} = ?$ ,  $U_C^{(z)} = ?$ ,  $I_{\text{DB}}^{(z)} = ?$ ,  $\Delta q = ?$

(а) Када је прекидач П отворен, почетно коло са слике 2а може се приказати као на слици 2б. Еквивалентна отпорност редне везе отпорника је  $R_c^{(0)} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$  (1п) (1), а јачина ел. струје  $I^{(0)} = \frac{E_1 - E_2}{R_c^{(0)}}$  (1п) (2).

Замјеном (1) у (2) добија се  $I^{(0)} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$  (1п), односно  $I^{(0)} = 5 \text{ mA}$  (1п). Напон на кондензатору

износи:  $U_C^{(0)} = U_{\text{AC}}^{(0)} = (R_3 + R_4)I^{(0)}$  (1п), а након замјене бројних вриједности  $U_C^{(0)} = 8,5 \text{ V}$  (1п).



Слика 2а: Почетно коло

Слика 2б: Коло и отворен прекидач

Слика 2в: Коло и затворен прекидач

(б) Након затварања прекидача П, коло је еквивалентно колу приказаном на слици 2в. Кроз грану АВ тече електрична струја јачине  $I_1^{(z)} = \frac{E_1}{R_1 + R_3}$  (2п), а кроз грану ВС струја јачине  $I_2^{(z)} = \frac{E_2}{R_2 + R_4}$  (2п),

при чему је  $I_1^{(z)} = 30 \text{ mA}$  (1п) и  $I_2^{(z)} = 7,5 \text{ mA}$  (1п). Примјеном првог Кирхофовог закона на било који од чворова В и D, једноставно се добија:  $I_{\text{DB}}^{(z)} = I_1^{(z)} + I_2^{(z)}$  (1п) или  $I_{\text{DB}}^{(z)} = 37,5 \text{ mA}$  (1п).

(в) Тражени напон на кондензатору износи:  $U_C^{(z)} = U_{\text{AC}}^{(z)} = R_3 I_1^{(z)} - R_4 I_2^{(z)}$  (2п), односно  $U_C^{(z)} = -1,5 \text{ V}$  (1п).

(г) Протекла количина наелектрисања кроз грану АС:  $\Delta q = C \Delta U_C = C(U_C^{(z)} - U_C^{(0)})$  (2п) и  $\Delta q = -40 \mu\text{C}$  (1п).

**Напомена:** Напоне  $U_C^{(0)}$  и  $U_C^{(z)}$  могуће је и другачије изразити (постоји више путева од А до С у датом колу).

4.  $f_1 = 30 \text{ cm}$ ,  $p_1 = 15 \text{ cm}$ ,  $P = 7,5 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 45 \text{ cm}$ ,  $d = 20 \text{ cm}$ ,  $f_2 = ?$ ,  $u_{\text{ук}} = ?$ ,  $L_2 = ?$

(а) Нека је са  $l_1$  означено растојање међулика  $L_1$ , који се формира након преламања зрака на расипном сочиву, од његовог центра (слика 3). Примјеном једначине за танко расипно сочиво  $-\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1}$  (1п),

добија се да је  $l_1 = -\frac{f_1 p_1}{f_1 + p_1}$  (1п), односно  $l_1 = -10 \text{ cm}$  (1п). Дати лик је имагинаран ( $l_1 < 0$ ) и представља

предмет за сабирно сочиво, при чему је одговарајуће растојање  $p_2 = d + |l_1|$  (1п) или  $p_2 = 30 \text{ cm}$  (1п).

IX РАЗРЕД

Коначно, из једначине танког сабирног сочива  $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{l_2}$  (1п), слиједи:  $f_2 = \frac{p_2 l_2}{p_2 + l_2}$  (1п) и  $f_2 = 18 \text{ cm}$  (1п).

(б) Приказ преламања **два** карактеристична зрака на расипном сочиву, положај међулика добијеног на овај начин, **два** карактеристична зрака за сабирно сочиво и положај крајњег lika предмета дати су на слици 3. Сваки исправно уцртан елемент вриједи по један поен – укупно (6п).

Увећање датог расипног сочива је

$$u_1 = \frac{L_1}{P} = \frac{|l_1|}{p_1} \quad (1п) \quad (1), \text{ док је за сабирно}$$

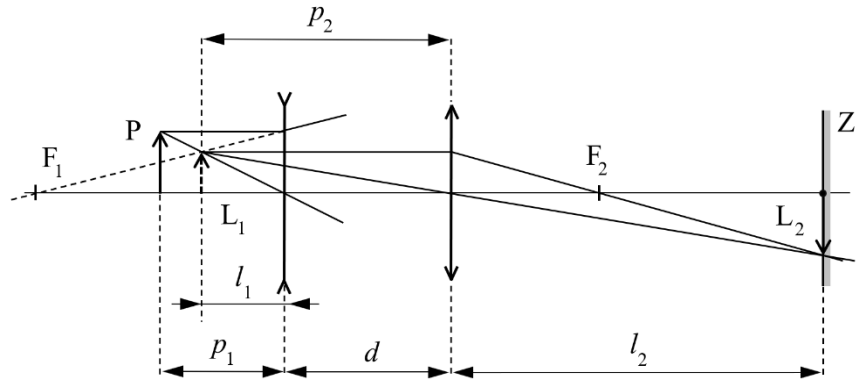
$$u_2 = \frac{L_2}{L_1} = \frac{l_2}{p_2} \quad (1п) \quad (2). \text{ Укупно увећање}$$

оптичког система одређено је изразом

$$u_{\text{ук}} = \frac{L_2}{P} \quad (1п) \quad (3). \text{ На основу (1), (2) и}$$

$$(3), \text{ слиједи да је: } u_{\text{ук}} = u_1 u_2 = \frac{|l_1| l_2}{p_1 p_2}$$

(1п), односно  $u_{\text{ук}} = 1$  (1п). Дакле, висина коначног lika је иста као и висина предмета :  $L_2 = P = 7,5 \text{ cm}$  (1п).



Слика 3: Конструкција међулика  $L_1$  и коначног lika  $L_2$

5.  $m = 5 \text{ kg}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  $B = 981 \text{ mT}$ ,  $R = 0,2 \Omega$ ,  $t_{\text{stop}} = 10 \text{ s}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $a(t) = ?$ ,  $v_{\text{max}} = ?$ ,  $y_{\text{stop}} = ?$ ,  $v_{\text{sr}} = ?$ ,  $\eta = ?$

(а) Једначина кретања шипке је  $ma = F_A - mg$  (1п) (1), при чему је  $F_A = BIl$  (1п) (2) интензитет Амперове силе која дјелује вертикално навише и покреће шипку, а  $I = \frac{E}{R}$  (1п) (3) јачина електричне струје која кроз њу протиче. Величине  $E$ ,  $I$  и  $a$  представљају функције времена  $t$  за  $0 \leq t \leq t_{\text{stop}}$ . Замјеном (2) и (3) у (1),

добивамо да се интензитет убрзања шипке мијења по закону:  $a(t) = \frac{Bl}{mR} E(t) - g$  (1п) (4).

(б) Користећи се датим графиком зависности  $E(t)$ , као и резултатом (4), добијамо да је у временском интервалу  $0 \leq t < 2 \text{ s}$  ( $E_1 = 11 \text{ V}$ ) интензитет убрзања шипке  $a_1 = 0,981 \text{ m/s}^2$  (1п), затим  $a_2 = 0 \text{ m/s}^2$  (1п) у интервалу  $2 \text{ s} < t < 8 \text{ s}$  ( $E_2 = 10 \text{ V}$ ), и коначно  $a_3 = -0,981 \text{ m/s}^2$  (1п) у интервалу  $8 < t \leq 10 \text{ s}$  ( $E_3 = 9 \text{ V}$ ). Из стања мировања, шипка ће убрзавати током првих  $t_1 = 2 \text{ s}$ , све док не достигне максималну брзину интензитета  $v_{\text{max}} = a_1 t_1$  (1п), односно  $v_{\text{max}} = 1,962 \text{ m/s}$  (1п). Наредних  $t_2 = 6 \text{ s}$ , шипка ће се кретати константном брзином, а током посљедњих  $t_3 = 2 \text{ s}$  успораваће до заустављања константним успорењем.

Вриједност  $y$  – координате у тренутку засувања је  $y_{\text{stop}} = \frac{a_1 t_1^2}{2} + v_{\text{max}} t_2 + \frac{|a_3| t_3^2}{2}$  (2п) или  $y_{\text{stop}} \approx 15,7 \text{ m}$  (1п).

(в) Средња брзина кретања је  $v_{\text{sr}} = y_{\text{stop}} / t_{\text{stop}}$  (1п), односно  $v_{\text{sr}} \approx 1,57 \text{ m/s}$  (1п).

(г) Користан рад који је потребно уложити за савладавање силе Земљине теже износи  $A_K = mgy_{\text{stop}}$  (1п) (5),

док је електрична енергија коју улаже генератор  $E_U = E_1 I_1 t_1 + E_2 I_2 t_2 + E_3 I_3 t_3 = \frac{E_1^2 t_1 + E_2^2 t_2 + E_3^2 t_3}{R}$  (2п) (6).

Тражени коефицијент корисног дејства електромагнетног лифта је  $\eta = A_K / E_U$  (1п) (7). Замјеном израза (5)

и (6) у (7), једноставно се добија:  $\eta = \frac{mgy_{\text{stop}} R}{E_1^2 t_1 + E_2^2 t_2 + E_3^2 t_3}$  (1п) или  $\eta \approx 15,34 \%$  (1п). Добијена вриједност је

изузетно мала и директна је посљедица једноставности модела, односно занемаривања индукване ЕМС. Велики дио уложене електричне енергије бесповратно се троши у виду топлоте (Џулови губици).