**32. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ** (28. март 2026)

**IV РАЗРЕД**

1. Површина метала се излаже дејству фотона различитих фреквенција $\nu$. При томе се емитују фотоелектрони чије се максималне кинетичке енергије $E_k^{max}$ мјере експериментално. У *Табели 1* су дати парови измјерених вриједности ових величина.

*Табела 1*

| $\nu$ ($10^{14}$ Hz) | $E_k^{max}$ (eV) |
|---|---|
| 5,5 | 0,3 |
| 6,0 | 0,5 |
| 6,5 | 0,7 |
| 7,0 | 0,9 |
| 7,5 | 1,1 |

(а) На приложеном милиметарском папиру приказати мјерене вриједности максималне кинетичке енергије фотоелектрона $E_k^{max}$ у функцији фреквенције $\nu$. Затим повући праву која најбоље одговара експерименталним тачкама.

(б) Са формираног графика у дијелу (а) процијенити:

(б1) вриједност Планкове константе $h$. Објаснити поступак добијања те вриједности са графика!

(б2) граничну (праг) фреквенцију $\nu_0$. Објаснити поступак добијања те вриједности са графика!

(б3) излазни рад метала $A_i$. Објаснити поступак добијања те вриједности са графика!

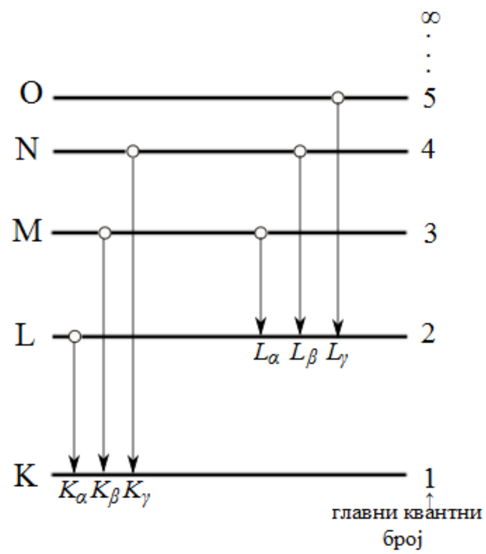
Напомена: Анализа грешака није потребна у овом задатку.

2. Цилиндричну посуду чини танак непроводни омотач који је са оба краја затворен металним клиповима. Метални клипови, који представљају базе цилиндричне посуде, могу се кретати дуж осе цилиндра без трења са омотачем. Оса цилиндричне посуде је у хоризонталаном положају. Клипови у посуди затварају одређену количину идеалног гаса. Спољашњи притисак износи $p_a = 101$ kPa, а положај клипова је стабилизован при њиховој међусобној удаљености $d_0 = 1$ mm. Клипови се затим повежу на извор напона $U = 250$ V, чиме се успоставља електрично поље између њих. Услед дјеловања електричне силе клипови се приближе и заузму нови равнотежни положај. Одредити за колико се клипови приближе након успостављања напона. Сматрати да се по примјени напона клипови са гасом између њих понашају као плочасти кондензатор. Сила којом једна плоча таквог кондензатора дјелује на другу плочу је $F_e = QE$, гдје $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ одговара пољу бесконачне плоче са површинском густином наелектрисања $\sigma = Q/S$. Ова апроксимација за поље $E$ је оправдана јер је површина плоча кондензатора $S$ много већа од квадрата њиховог међусобног растојања. Претпоставити да температура гаса у цилиндру остаје костантна. Релативна диелектрична константа гаса је $\varepsilon_r = 1$, а $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$.

3. Када се из унутрашњих љуски атома (најчешће K или L љуске) избаци електрон, други електрон из више љуске прелази на упражњено мјесто и при томе се емитује фотон карактеристичног $X$-зрачења. Таласна дужина таквог фотона описана је Мозлијевим законом

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

гдје су $n = 1, 2, \ldots$ главни квантни бројеви унутрашњих љуски на које се врши прелаз и $k = n + 1 = 2, 3, \ldots$ главни квантни бројеви љуски са којих се врши прелаз. За разлику од Ридбергове формуле, Мозлијев закон узима у обзир ефекат екранирања. Због тога је у овом закону наелектрисање језгра $Z$ умањено за вриједност константе екранирања $\sigma$ и при томе је добијено ефективно наелектрисање језгра $Z - \sigma$. Вриједност константе екранирања $\sigma$ зависи од конкретног електронског прелаза.




*Слика 1*

(а) У атому волфрама ($Z = 74$) електрон прелази са M љуске на L љуску. Знајући да је константа екранирања 5,5, одредити таласну дужину емитованог фотона $X$-зрачења.

(б) Одредити таласну дужину $\lambda_{L_\alpha}$ и фреквенцију $\nu_{L_\alpha}$ линије $L_\alpha$ бакра ($Z_1 = 29$), ако је константа екранирања $\sigma_{L_\alpha} = 7{,}5$.

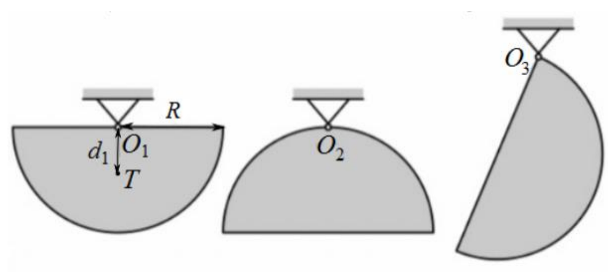
(в) Одредити константе екранирања $\sigma_{K_\alpha}$ за $K_\alpha$ линију и $\sigma_{K_\beta}$ за $K_\beta$ линију карактеристичног $X$-зрачења хрома ($Z_2 = 24$), ако су таласне дужине тих линија $\lambda_{K_\alpha} = 0{,}229$ nm и $\lambda_{K_\beta} = 0{,}208$ nm.

На *слици 1* приказан је дијаграм енергетских нивоа љуски, као и идентификација различитих линија карактеристичног $X$-зрачења. Дате су Ридбергова константа $R = 1{,}097 \cdot 10^7\ \frac{1}{\mathrm{m}}$ и брзина свјетлости у вакууму $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4. Хомогена танка полукружна плоча масе $m = 2$ kg и полупречника $R = 0{,}5$ m окачена је на три начина тако да може да осцилује око хоризонталих оса $O_1$, $O_2$ и $O_3$, које су нормалне на раван плоче (*слика 2*).

(а) Момент инерције полукружне плоче у односу на осу $O_1$ износи $I_{O_1} = 0{,}25\ \mathrm{kgm}^2$. Одредити моменте инерције плоче у односу на осе $O_2$ и $O_3$. Удаљеност тежишта плоче $T$ од $O_1$ је $d_1 = \frac{4R}{3\pi}$.

(б) За сва три начина вјешања одредити периоде малих осцилација око одговарајућих оса.




*Слика 2*

Гравитационо убрзање је $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

5. У овом задатку разматра се зрачење апсолутно црног тијела. Дијелови задатка (а) и (б) су међусобно независни.

(а) Штефан-Болцманова константа није фундаментална константа, већ се може изразити помоћу фундаменталних (природних) константи тј. записати се у облику

$$\sigma = A\, h^{\alpha} c^{\beta} G^{\gamma} k_B^{\delta} \; .$$

Овдје је $A$ бездимензиони параметар чија је вриједност $A = \frac{2\pi^5}{15}$. Фундаменталне константе су: Планкова константа $h$, брзина свјетлости у вакууму $c$, универзална гравитациона константа $G$ и Болцманова константа $k_B$. Одредити експоненте $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ и $\delta$, а затим записати коначан израз за Штефан-Болцманову константу преко природних константи и вриједности параметра $A$.

(б) На *графику 1* приказани су резултати мјерења емисионе моћи $E$ апсолутно црног тијела у зависности од таласне дужине $\lambda$. Емисиона моћ је мјерена на одређеној температури $T$. На *графику 2* врх криве је апроксимиран квадратном параболом. Три тачке које одговарају највећим измјереним вриједностима емисионе моћи (A, B и C) интерполиране су полиномом другог степена $E = a\lambda^2 + b\lambda + c$. На графицима нису приказане бројне вриједности на осама, али су познате координате три тачке:

A (8,3 μm; $2{,}93497 \cdot 10^7\ \mathrm{W/m^3}$), B (11 μm; $2{,}96577 \cdot 10^7\ \mathrm{W/m^3}$), C (12 μm; $2{,}76074 \cdot 10^7\ \mathrm{W/m^3}$).

Одредити вриједност таласне дужине $\lambda_{max}$ којој одговара максимум емисионе моћи. Затим одредити вриједност температуре $T$ при којој је вршено мјерење. Дата је Винова константа $b_w = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$.

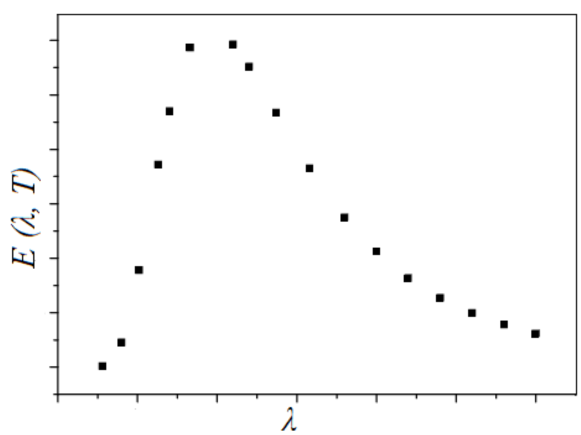



*График 1*

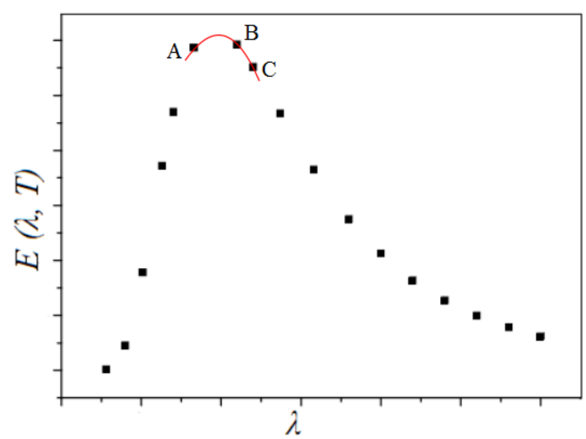



*График 2*

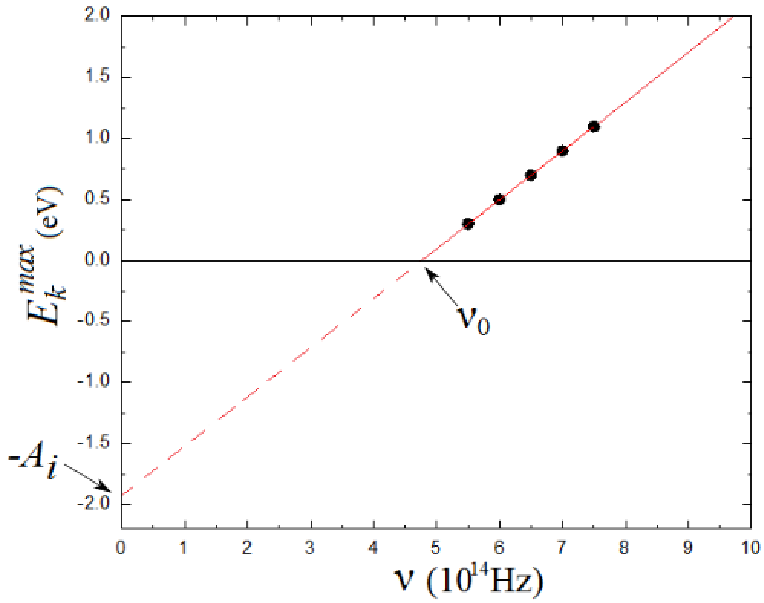
Задатке припремио: *Мр Бојан Ковачевић, ПМФ Бања Лука*

Рецензент: *Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад*

# РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА IV РАЗРЕД

1.

(а) Скала на осама треба бити одабрана тако да омогућава јасно очитавање пресјека праве $E_k{}^{max}(\nu)$ са апсцисом и ординатом.




На тако одабраној скали свака правилно уцртана експериментална тачка се бодује са , тј. за свих 5 правилно уцртаних тачака се додјељује **.**

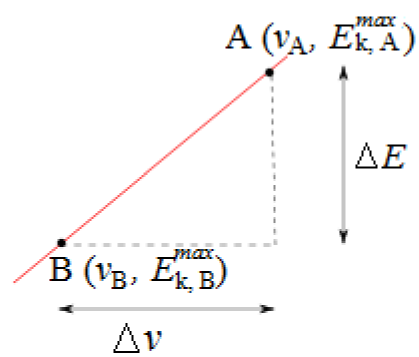
Исправно повучена права кроз експерименталне тачке се бодује са.

(б)

(б1)

1) Из линеарне једначине фотоефекта $E_k{}^{max} = h\nu - A_i$ се уочава да је Планкова константа заправо коефицијент правца праве $E_k{}^{max}(\nu)$.

2) Односно $h = \frac{\Delta E}{\Delta \nu} = \frac{E_{k,\mathrm{A}}{}^{max} - E_{k,\mathrm{B}}{}^{max}}{\nu_\mathrm{A} - \nu_\mathrm{B}}$.




Наводе у стилу 1) или 2), из којих се јасно уочава на који начин се са графика одређује вриједност Планкове константе бодовати са .

$h = 0{,}4\ \frac{\mathrm{eV}}{10^{14}\mathrm{Hz}}$, $h \approx 6{,}4 \cdot 10^{-34}$ Js .

Уважити са графика добијене вриједности из интервала $[6{,}2 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}, 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}]$.

(б2) Гранична фреквенција се добија као пресјек праве $E_k{}^{max}(\nu)$ са апсцисом ($E_k{}^{max} = 0$).

Са графика се очитава $\nu_0 \approx 4{,}75 \cdot 10^{14}$ Hz . Уважити са графика добијене вриједности из интервала $[4{,}6 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}, 4{,}9 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}]$.

(б3) Из једначине $E_k{}^{max} = h\nu - A_i$ се уочава да се рад добија као апсолутна вриједност пресјека са ординатом.

Са графика се очитава $A_i \approx 1{,}9$ eV  Уважити са графика добијене вриједности из интервала $[1{,}8\ \mathrm{eV}, 2\ \mathrm{eV}]$.

2. Како се температура гаса не мијења вриједи $p_1V_1 = p_2V_2$ .

Притисак гаса прије повезивања металних клипова са батеријом је $p_1 = p_a$ , а запремина $V_1 = Sd_0$ . Када постоји разлика потенцијала између клипова, на њима се појављују густине наелектрисања супротног знака што доводи до њиховог међусобног привлачења. Са друге стране, гас затворен између клипова гура клипове да се размакну, док околна атмосфера гура клипове један према другом. Када постоји разлика потенцијала на клиповима притисак гаса је $p_2 = p_a + \frac{F_e}{S}$ , а запремина $V_2 = Sd$ . Капацитивност равног плочастог кондензатора је $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$ , па је наелектрисање на клиповима $Q = UC, Q = U\varepsilon_0 \frac{S}{d}$ . Замјеном $Q = U\varepsilon_0 \frac{S}{d}$ у дати израз за силу $F_e = QE = Q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$ добија се

$F_e = \frac{\left(U\varepsilon_0\frac{S}{d}\right)^2}{2\varepsilon_0 S}, F_e = \frac{U^2\varepsilon_0 S}{2d^2}$ .

Замјеном $F_e = \frac{U^2\varepsilon_0 S}{2d^2}$ у $p_2 = p_a + \frac{F_e}{S}$ добија се $p_2 = p_a + \frac{U^2\varepsilon_0}{2d^2}$ .

Дакле, Бојл-Мариотов закон је у форми

$p_a S d_0 = \left(p_a + \frac{U^2\varepsilon_0}{2d^2}\right) Sd$ ,

$p_a d_0 = p_a d + \frac{U^2\varepsilon_0}{2d}$,

$p_a d^2 - p_a d_0 d + \frac{U^2\varepsilon_0}{2} = 0$ ,

$d = \frac{p_a d_0 \pm \sqrt{(p_a d_0)^2 - 2p_a U^2\varepsilon_0}}{2p_a}$ ,

$d = \frac{d_0 \pm \sqrt{{d_0}^2 - \frac{2U^2\varepsilon_0}{p_a}}}{2}$ .

Коријен $d = \frac{d_0 + \sqrt{{d_0}^2 - \frac{2U^2\varepsilon_0}{p_a}}}{2}$ за $U = 0$ V даје $d = d_0$, те прихватамо овај коријен као рјешење које одговара нашем проблему. Према другом коријену плоче би биле једна уз другу у одсуству напона.

Плоче су се примакле за $\Delta d = d_0 - d, d \approx 999997{,}3$ nm, $\Delta d \approx 2{,}7$ nm .

3.

(а) $\frac{1}{\lambda} = R(74 - 5{,}5)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \implies \lambda \approx 0{,}14$ nm.

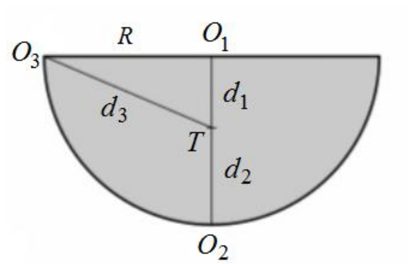
(б) $\frac{1}{\lambda_{L_\alpha}} = R(29 - 7{,}5)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \implies \lambda_{L_\alpha} \approx 1{,}43$ nm.

$\nu_{L_\alpha} = \frac{c}{\lambda_{L_\alpha}} \implies \nu_{L_\alpha} \approx 2{,}11 \cdot 10^{17}$ Hz .

(в) $\sigma_{K_\alpha} = Z_2 - \sqrt{\frac{4}{3R\lambda_{K_\alpha}}}(Z_2 = 24) \Rightarrow \sigma_{K_\alpha} \approx 0{,}96.$

$\sigma_{K_\beta} = Z_2 - \sqrt{\frac{4}{3R\lambda_{K_\alpha}}}(Z_2 = 24) \Rightarrow \sigma_{K_\beta} \approx 1{,}8.$

4.




(а) $I_{O_1} = I_T + m{d_1}^2 \Rightarrow I_T =$ 0,16 kgm$^2$.

$I_{O_2} = I_T + m{d_2}^2$, $d_2 = R - d_1$, $I_{O_2} = I_T + m(R - d_1)^2$

$\Rightarrow I_{O_2} = 0{,}326$ kgm$^2$.

$I_{O_3} = I_T + m{d_3}^2$, $d_3 = \sqrt{R^2 + {d_1}^2}$, $I_{O_3} = I_T + m\left(R^2 + {d_1}^2\right)$

$\Rightarrow I_{O_3} = 0{,}75$ kgm$^2$.

(б) $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{01}}{mgd_1}} \Rightarrow T_1 = 1{,}54$ s,

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{02}}{mgd_2}} \Rightarrow T_2 = 1{,}51$ s ,

$T_3 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{03}}{mgd_3}} \Rightarrow T_3 = 1{,}67$ s.

5.

(а) $[h] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1}$,

$[c] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$,

$[G] = m^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$,

$[k_B] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-1}$,

$[\sigma] = \mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{K}^{-4} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3} \cdot \mathrm{K}^{-4}$,

$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3} \cdot \mathrm{K}^{-4} = \mathrm{m}^{2\alpha} \cdot \mathrm{kg}^{\alpha} \cdot \mathrm{s}^{-\alpha} \cdot \mathrm{m}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{-\beta} \cdot m^{3\gamma} \cdot \mathrm{kg}^{-\gamma} \cdot \mathrm{s}^{-2\gamma} \cdot \mathrm{m}^{2\delta} \cdot \mathrm{kg}^{\delta} \cdot \mathrm{s}^{-2\delta} \cdot \mathrm{K}^{-\delta}$,

$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3} \cdot \mathrm{K}^{-4} = \mathrm{m}^{2\alpha+\beta+3\gamma+2\delta} \cdot \mathrm{kg}^{\alpha-\gamma+\delta} \cdot \mathrm{s}^{-\alpha-\beta-2\gamma-2\delta} \cdot \mathrm{K}^{-\delta}$,

$2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta = 0$,

$\alpha - \gamma + \delta = 1,$

$-\alpha - \beta - 2\gamma - 2\delta = -3$ ,

$-\delta = -4,$

$\Longrightarrow \alpha = -3\ ,\ \beta = -2\ ,\ \gamma = 0\ ,\ \delta = 4,$

$\Longrightarrow \sigma = \frac{2\pi^5}{15}\frac{{k_B}^4}{c^2h^3}$ .

(б) У тјемену квадратне параболе је $\frac{dE}{d\lambda} = 0$, одакле слиједи $\lambda_{max} = -\frac{b}{2a}$ .

Вриједности коефицијената $a$ и $b$ добијају се из система једначина формираних уметањем три пара координата у једначину параболе:

$2{,}93497 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3} = a\,(8{,}3 \cdot 10^{-6}\mathrm{m})^2 + b\,(8{,}3 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}) + c,$

$2{,}96577 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3} = a\,(11 \cdot 10^{-6}\mathrm{m})^2 + b\,(11 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}) + c$ ,

$2{,}76074 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3} = a\,(12 \cdot 10^{-6}\mathrm{m})^2 + b\,(12 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}) + c$ ,

$a \approx -0{,}0585 \cdot 10^{19}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^5}$, $b \approx 1{,}1405 \cdot 10^{13}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^4}$

$\Rightarrow \lambda_{max} \approx 9{,}75$ μm ,

$T = \frac{b_w}{\lambda_{max}}$, $T \approx 297$ K .