32. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (28. март 2026)

III РАЗРЕД

1. Математичко клатно направљено је од челичне жице попречног пресека $S = 0.01mm^2$. Колика може бити највећа маса куглице објешене о крај жице, тако да се период осциловања не повећа више од 0.01% усљед истезања жице? Јунгов модул еластичности челика је $E = 200GPa$. Претпоставити да је истезање жице у границама пропорционалности.

2. Са врха стрме равни висине h и нагибног угла α котрља се лопта масе m и наелектрисања $q > 0$. У темену правог угла који образује стрма раван налази се тачкасто наелектрисање $-q$. Сматрајући да је полупречник лопте $r \ll h$, одредити брзину лопте на дну стрме равни. Која је специфичност случаја када је $\alpha = 45°$?

3. Танак штап дужине $l = 955mm$ креће се у правцу своје уздужне осе по глаткој хоризонталној подлози константном брзином v. Штап наилази на храпаву подлогу коефицијента трења $\mu = 0.10$. Израчунати вриједност брзине v и вријеме кретања штапа t од тренутка када предњи крај штапа дође до границе између две подлоге до тренутка његовог заустављања, ако је вријеме од доласка предњег краја штапа до границе до тренутка када цео штап пређе на храпаву подлогу $t_1 = 0.62s$.
4. У хоризонталном, затвореном, цилиндричном суду налази се клип који може да клизи дуж суда без трења. Клип је спојен са лијевом базом цилиндра помоћу лаке еластичне опруге. Лијево од клипа је вакуум, а десно једноатомски гас у запремини V_0 на притиску p_0 и температури T_0. Одредити топлотни капацитет овог система. Када је у цијелом суду вакуум, равнотежни положај клипа је уз десну базу цилиндра и опруга тада није деформисана. Суд и клип су топлотнонепроводни и њихови топлотни капацитети су занемарљиви.
5. Кроз дугачак цилиндрични проводник унутрашњег полупречника $5cm$ и занемарљиве дебљине зида протиче струја јачине $50A$. Одредити колики притисак трпе зидови цилиндра?

У свим задацима узети за вриједност гравитационог убрзања $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$.

Задатке припремио: *Јован Потребић, ФФ Београд*
Рецензент: *Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад*

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА III РАЗРЕД

1. Период осциловања математичког клатна са куглицом занемарљиве масе је $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, а са куглицом знатне масе $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g}}$, гдје је Δl издужење под дејством тежине куглице. Релативна промјена периода осциловања при истезању је $\frac{\Delta T}{T} = \frac{T_1 - T}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l+\Delta l}{g}} - 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{1 + \frac{\Delta l}{l}} - 1$. Према Хуковом закону је $\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{SE} = \frac{mg}{SE}$, па је $\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{1 + \frac{mg}{SE}} - 1$, одакле је маса куглице $m = \frac{SE}{g}\left[(1 + \frac{\Delta T}{T})^2 - 1\right]$. Како је $\frac{\Delta T}{T} = 10^{-4} \ll 1$ можемо се задржати у линеарном реду по $\frac{\Delta T}{T}$ у претходној једначини, па је тада $m \approx \frac{2SE}{g}\frac{\Delta T}{T} = 41g.$

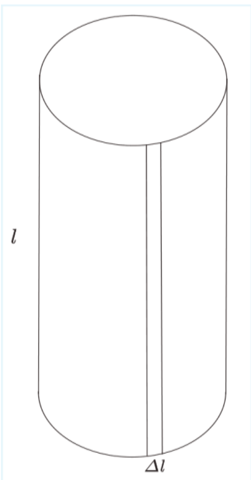
2. На врху стрме равни лопта располаже гравитационом и електростатичком потенцијалном енергијом те је укупна енергија $E_1 = mgh - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{h}$. Примјетите да смо због $r << h$ користили израз за електростатичку енергију интеракције тачкастих наелектрисања. На дну стрме равни лопта располаже транслаторном и ротационом кинетичком енергијом $\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{7}{10}mv^2$ (гдје смо искористили да је момент инерције лопте $I = \frac{2}{5}mr^2$ и услов непроклизавања $v = \omega r$), као и електростатичком потенционалном енергијом $-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{s} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{hctg\alpha}$, па је укупна енергија лопте у том положају $E_2 = \frac{7}{10}mv^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{h}tg\alpha$. Пошто су и електростатичка сила и сила Земљине теже конзервативне важи закон одржања енергије, односно $E_1 = E_2$. Одатле налазимо да је $v = \sqrt{\frac{10}{7}gh + \frac{5}{14\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{mh}(tg\alpha - 1)}$. Примећујемо да за $\alpha = 45°$ ефекти електростатичке интеракције ишчезавају.

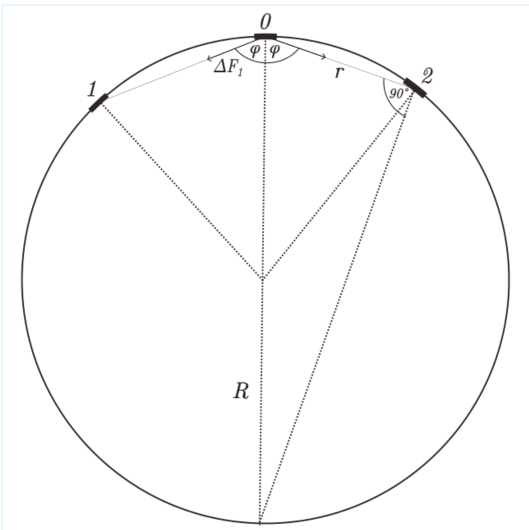
3. Када штап пређе на храпаву подлогу, на њега дјелује сила трења која зависи од дужине дијела штапа на храпавој подлози. Ако је брзина v по глаткој подлози таква да је $\frac{mv^2}{2} \leq \frac{\mu mgl}{2}$ (кинетичка енергија штапа мања од рада који изврши средња сила трења за прелазак цијелог штапа на другу подлогу), тада ће се штап зауставити прије него што цио пређе на храпаву површину. Кад се на храпавој подлози налази дио штапа дужине x, на њега дјелује сила трења $F = \frac{\mu mgx}{l}$, па се његово кретање до заустављања може посматрати као дио хармонијског осциловања, фреквенције $\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{l}}$, од равнотежног до амплитудног положаја. Вријеме таквог кретања је једна четвртина периода, односно $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{\mu g}}$. Како је $t_1 < \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{\mu g}}$, то значи да ће цио штап прећи на другу подлогу и наставити да се даље креће до заустављања. У тренутку када је и задњи крај штапа прешао на другу подлогу, његова брзина је $v_1 = vcos\omega t_1$, а закон одржања енергије даје једначину $\frac{mv^2}{2} = \frac{m{v_1}^2}{2} + \frac{\mu mgl}{2}$, а одатле је $v = \frac{\sqrt{\mu gl}}{sin\omega t_1} = 1.64\frac{m}{s}$. Након

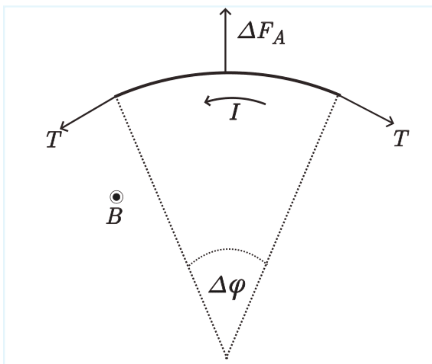
времена t_1, тијело се креће до заустављања при дјеловању константне силе трења $F = \mu mg$. Вријеме које протекне до заустављања је $\frac{v cos\omega t_1}{\mu g}$, па је укупно вријеме кретања по храпавој подлози $t = t_1 + \sqrt{\frac{l}{\mu g}} ctg\omega t_1 = 2.99\ s$.

4. Нека је k коефицијент еластичности опруге, а S површина попречног пресјека суда (и клипа). Услов равнотеже клипа и једначина почетног стања гаса су: $p_0 S = kl$, $p_0 S l = nRT_0$. Слиједи да је $kl^2 = nRT_0$. Нека се гасу преда елементарна количина топлоте ΔQ и при томе се температура гаса повећа за ΔT, а клип се помјери за Δl. Из услова равнотежеза ново стање гаса слиједи једначина: $k(l + \Delta l)^2 = nR(T_0 + \Delta T)$. У овом процесу гас је извршио рад који је једнак промјени потенцијалне енергије опруге $\Delta A = \frac{k(l+\Delta l)^2}{2} - \frac{kl^2}{2}$, односно $\Delta A = \frac{nR(T_0+\Delta T)}{2} - \frac{nRT_0}{2} = \frac{nR\Delta T}{2}$. Према првом принципу термодинамике је: $\Delta Q = \Delta A + \Delta U = \frac{nR\Delta T}{2} + \frac{3}{2} nR\Delta T = 2nR\Delta T$. Одатле закључујемо да је топлотни капацитет гаса: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2nR = 2\frac{p_0 V_0}{T_0}$.

5. Издјелимо цилиндар на бесконачно много уских трака ширине Δl као што је приказано на слици. Свака трака може се сматрати дугачким танким проводником кроз који тече струја јачине $\Delta I = I\frac{\Delta l}{2\pi R}$. Нађимо силу која дјелује на траку означену са 0 на слици. Симетричне траке 1 и 2 на траку 0 дјелују укупном силом $\Delta F = 2\Delta F_1 cos\varphi = 2\frac{\mu_0 (\Delta I)^2 l}{2\pi r}\frac{r}{2R} = \frac{\mu_0 (\Delta I)^2 l}{2\pi R}$. Дакле, та сила не зависи од угла φ, што значи да је укупна сила којом било које двије симетричне траке дјелују на траку 0 такође једнака ΔF и има правац од траке 0 ка оси цилиндра. Ако је N ($N \rightarrow \infty$) број таквих симетричних парова трака, укупна сила која дјелује на траку 0 је $F = N\frac{\mu_0 (\Delta I)^2 l}{2\pi R}$. С друге стране, укупан број трака је $2N + 1 \approx 2N$ па слиједи $2N = \frac{I}{\Delta I}$. Одатле је $F = \frac{\mu_0 I l}{4\pi R}\Delta I = \frac{\mu_0 I^2 l}{8\pi^2 R^2}\Delta l$. Површина једне траке је $\Delta S = l\Delta l$ па је притисак $p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 R^2} = 16 mPa$.







II начин:

Магнетни притисак p_B који дјелује на зидове проводника једнак је густини енергије магнетног поља w_B, односно $p_B = w_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$, гдје је B јачина магнетног поља које ствара струја јачине I која протиче цилиндром, а $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$H/m. Магнетно поље бесконачно дугог праволинијског проводника (или на површини танког цилиндричног проводника) гласи: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\ R}$. Убацивањем у формулу за магнетни притисак коначно добијамо: $p_B = \frac{\mu_0\ I^2}{8\pi^2 R^2} = 16\ mPa$.