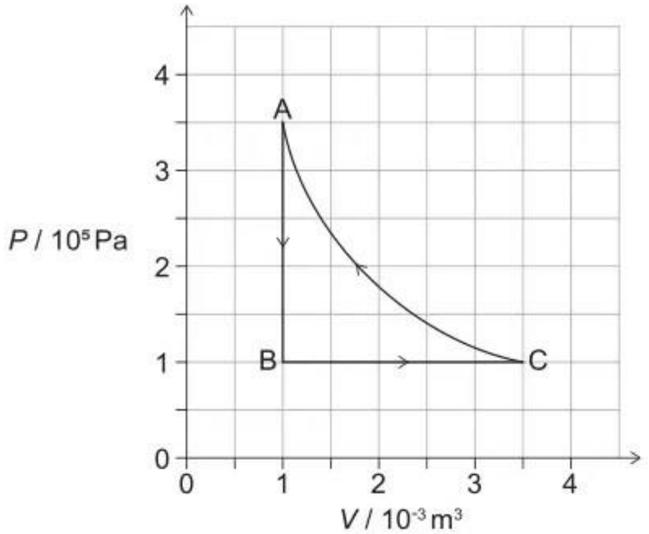
32. РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ (7. март 2026)

II РАЗРЕД

1. Издувани балон масе $m = 40$ g направљен је од танке гуме. У балон се удува $n_1 = 2{,}5$ mol ваздуха. Тада је разлика између притиска унутар балона и спољашњег притиска константна и износи $\Delta p = 15$ kPa. Изван балона је такође ваздух при нормалним условима ($p_2 = 101{,}325$ kPa, $T_2 = 293{,}15$ K). Одредити најнижу могућу температуру ваздуха унутар балона T_1 при којој балон може лебдјети у ваздуху. Моларна маса ваздуха је $M = 28{,}96$ g/mol. Занемарује се запремина танке гуме балона у односу на запремину ваздуха у балону, међутим њена маса се не занемарује у односу на масу ваздуха у балону.

2. Топлотна пумпа моделована је циклусом A → B → C → A, приказаним на слици 1. Током процеса C → A и A → B, топлотна пумпа предаје топлотну енергију у унутрашњост зграде, док током процеса **B → C** апсорбује топлотну енергију из околине. Процес C → A је изотермни. Радно тијело је идеалан једноатомски гас.



Слика 1. Слика уз задатак 2.

Користећи податке са графика:

(а) Одредити графички приближно рад извршен над гасом за изотермни процес C → A.

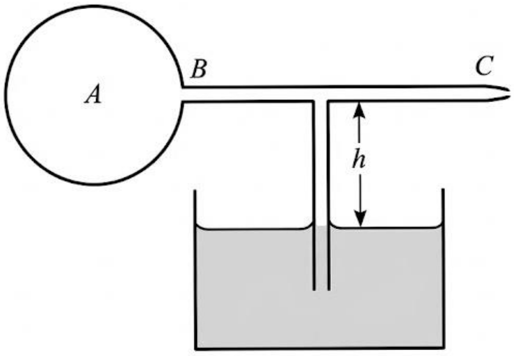
(б) Израчунати промјену унутрашње енергије гаса за процес A → B.

(в) Израчунати температуру у тачки A, ако температура у тачки B износи −40°C.

(г) Одредити укупну топлотну енергију пренесену у зграду током процеса C → A и A → B.

3. Чаша заједно са водом има укупну масу 22,00 g. Куглица од метала густине 3,20 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ и запремине 1,20 cm^3 објеси се о лаку и неистегљиву нит тако да буде потопљена у воду у чаши, али не додирује дно чаше (слика 2). Колику масу показује вага? Густина воде је 1000 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Узети за вриједност гравитационог убрзања $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Слика 2. Слика уз задатак 3.



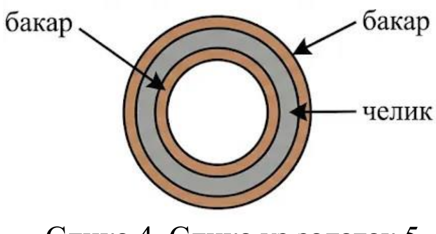
Слика 3. Слика уз задатак 4.

4. На слици 3 приказан је једноставан тип распршивача парфема који се састоји од танке цијевчице у облику слова Т. Вертикални дио цјевчице уроњен је доњим крајем у парфем. Хоризонтални дио цјевчице BC спојен је на гумени балон A, који се може стиском деформисати и служи као пумпа за ваздух. Када се гумена пумпа A стисне, ствара се додатни притисак $P = 800$ Pa, за који се атмосферски ($P_a = 101\,325$ Pa) притисак у балону A повећа. Усљед тога, ваздух, који је сталне густине $\rho_v = 1{,}30\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, струји кроз танку цијев BC брзином v. Сматрати да је ширина балона много већа од ширине цјевчице, те се брзина у балону A занемарује. Парфем у бочици је густине $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ и његова површина се налази на удаљености $h = 15$ cm испод хоризонталне цјевчице BC. Узети за вриједност гравитационог убрзања $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Занемарити капиларне појаве, као и промјене густине и температуре. Ваздух сматрати идеалним флуидом.

(а) Одредити притисак P_{BC} унутар цјевчице кроз коју струји ваздух.
(б) Колика треба бити брзина ваздуха v кроз цијев BC да би се парфем подигао до цјевчице BC и почео се распршивати?

5. Челична шупља цијев унутрашњег пречника 5,0 cm и дужине 50 cm, са дебљином зида 0,30 cm, споља и изнутра обложена је шупљим бакарним цијевима исте дужине и дебљине 0,15 cm. На слици 4 приказан је попречни пресјек ове сложене цијеви. Три концентричне цијеви су чврсто спојене, што значи да се под оптерећењем деформишу једнако. Ова сложена цијев је изложена истезању под нормалним напоном који износи $7{,}5 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$. Одредити:

(а) Издужење цијеви.
(б) Нормални напон у бакарним цијевима.
Јунгови модули еластичности:
Челик: $E_1 = 210$ GPa
Бакар: $E_2 = 120$ GPa



Слика 4. Слика уз задатак 5.

Задатке припремила: *Александра Радић*
Рецензент: *Проф. др Милан Пантић, ПМФ Нови Сад*

РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА II РАЗРЕД

1. Дати подаци:

- $m = 40 \text{ g}$
- $n_1 = 2,5 \text{ mol}$
- $M = 28,96 \text{ g/mol}$
- $\Delta p = 15 \text{ kPa}$
- $p_2 = 101,325 \text{ kPa}$
- $T_2 = 293,15 \text{ K}$
- Тражи се температура унутар балона T_1.

Да би балон лебдио у ваздуху, сила потиска (F_p) мора бити једнака укупној сили теже (F_g) која дјелује на балон и гас у њему:

$$F_p = F_g$$

Притисак унутар балона је већи од спољашњег атмосферског притиска за износ $\Delta p = 15 \text{ kPa}$, тј. $p_1 = p_2 + \Delta p = 101,325 \text{ kPa} + 15 \text{ kPa} = 116,325 \text{ kPa}$

Користећи једначину стања идеалног гаса за ваздух унутар балона:

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1 \implies V_1 = \frac{n_1 R T_1}{p_1}$$

Замјеном израза за p_1 добијамо:

$$V_1 = \frac{n_1 R T_1}{p_2 + \Delta p}$$

Према Архимедовом закону, сила потиска једнака је тежини истиснутог ваздуха запремине V_1. Прво одређујемо број молова истиснутог ваздуха (n_2) који би заузео ту запремину при спољашњим условима (p_2, T_2):

$$n_2 = \frac{p_2 V_1}{R T_2}$$

Замјеном израза за V_1 у ову једначину добијамо:

$$n_2 = \frac{p_2}{R T_2} \cdot \frac{n_1 R T_1}{p_2 + \Delta p} = n_1 \frac{p_2 T_1}{(p_2 + \Delta p) T_2}$$

Маса истиснутог ваздуха је $m_2 = n_2 M$, па је сила потиска:

$$F_p = m_2 g = n_1 M \frac{p_2 T_1}{(p_2 + \Delta p) T_2} g$$

Тежина система укључује масу гуме балона (m) и масу удуваног ваздуха ($m_1 = n_1 M$):

$F_g = (m + n_1 M)g$

Изједначавамо F_p и F_g и скраћујемо g:

$$n_1 M \frac{p_2 T_1}{(p_2 + \Delta p) T_2} = m + n_1 M$$

Одавде налазимо коначну формулу за температуру:

$T_1 = T_2 \left(1 + \frac{m}{M n_1}\right) \left(\frac{p_2 + \Delta p}{p_2}\right)$, односно $T_1 = T_2 \left(1 + \frac{m}{M n_1}\right) \left(1 + \frac{\Delta p}{p_2}\right)$, $T_1 \approx 522,49\ \mathrm{K}$

2. (а) Рад извршен над гасом одговара површини испод криве процеса $C \to A$. Процјена површине:

- Вриједност једног малог квадратића:

$$E_{kvadrat} = \Delta P \cdot \Delta V = (0,5 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}) \cdot (0,5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3) = 25\ \mathrm{J}$$

- Бројањем квадратића испод криве $C \to A$ до осе V, добијамо приближно $17,5$ до 18 квадратића.

- Укупни рад (апсолутна вриједност) над гасом је:

$$A \approx 17,5 \times 25\ \mathrm{J} = 437,5\ \mathrm{J} \approx 440\ \mathrm{J}$$

Прихватљиви резултат је у интервалу од $437,5\ \mathrm{J}$ до $450\ \mathrm{J}$.

Потребно је написати да је рад негативан, јер се гас сабија: $A \approx -440\ \mathrm{J}$

Напомена: Признати резултат уколико је кориштен интеграл за налажење површине.

(б) Промјена унутрашње енергије (ΔU) за процес $A \to B$:

- За идеалан једноатомски гас важи:

$$U = nC_V T = n\frac{3}{2}RT = \frac{3}{2}PV$$

$$\Delta U_{A\to B} = \frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$$

$$\Delta U_{A\to B} = \frac{3}{2}(1,0 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} - 3,5 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3})$$

$$\Delta U_{A\to B} = \frac{3}{2}(100\ \mathrm{J} - 350\ \mathrm{J}) = -375\ \mathrm{J}$$

(в) Температура у тачки A (T_A):

- Прво претварамо температуру у Келвине: $T_B = -40 + 273 = 233\ \mathrm{K}$.

- Користимо закон за изохорски процес ($V = \mathrm{const}$):

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow T_A = T_B \cdot \frac{P_A}{P_B}$$

$$T_A = 233\ \mathrm{K} \cdot \frac{3,5 \cdot 10^5}{1,0 \cdot 10^5} = 815,5\ \mathrm{K}$$

(г) Према првом закону термодинамике ($Q = \Delta U + A_{gas}$):

- Процес $C \to A$ (изотермни): $\Delta U = 0$, па је $Q_{C\to A} = A = -440\ \mathrm{J}$.

- Процес $A \to B$ (изохорски): $A = 0$, па је $Q_{A\to B} = \Delta U = -375\ \mathrm{J}$.

- Укупна топлота пренесена у зграду:

$$Q_{zgrada} = |Q_{C\to A}| + |Q_{A\to B}|$$

$$Q_{zgrada} = 440\ \mathrm{J} + 375\ \mathrm{J} = 815\ \mathrm{J}$$

3. Дати подаци:

- Маса чаше са водом: $m_{c+v} = 22,00\ \mathrm{g} = 0,022\ \mathrm{kg}$

- Густина метала: $\rho_m = 3200\ \mathrm{kg/m^3}$

- Запремина метала: $V_m = 1,20 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$

- Густина воде: $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$

- Убрзање Земљине теже: $g = 9,81\ \mathrm{m/s^2}$

Тежина чаше са водом (Q_{c+v}) прије него што се метал урони износи:

$$Q_{c+v} = m_{c+v} \cdot g$$

$$Q_{c+v} = 0,022\ \mathrm{kg} \cdot 9,81\ \mathrm{m/s^2} = 0,21582\ \mathrm{N}$$

Маса металног тега (m_m) се израчунава преко његове густине и запремине:

$$m_m = \rho_m \cdot V_m$$

$$m_m = 3200\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 1,20 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3} = 0,00384\ \mathrm{kg}$$

Тежина самог метала (Q_m) је:

$$Q_m = m_m \cdot g$$

$$Q_m = 0,00384\ \mathrm{kg} \cdot 9,81\ \mathrm{m/s^2} = 0,03767\ \mathrm{N}$$

Постоје двије методе да одредимо шта вага показује (F_{vaga}):

(Напомена: Бодовати само једну од наредне двије методе.)

<u>I метода:</u>

Када метал уронимо у воду, на њега дјелује сила потиска (F_p) навише:

$$F_p = \rho_v \cdot g \cdot V_m$$

$$F_p = 1000\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 9,81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1,20 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^3}$$

$$F_p = 0,01177\ \mathrm{N}$$

Ако вода гура метал навише силом потиска F_p, тада према закону акције и реакције, метал гура воду (а тиме и чашу на ваги) наниже истом толиком силом. Стога на вагу дјелује сљедећа сила:

$F_{vaga} = Q_{c+v} + F_p$

$F_{vaga} = 0,21582 \text{ N} + 0,01177 \text{ N}$

$F_{vaga} = 0,2276 \text{ N}$

Коначно, маса коју вага показује износи:

$$m_{vaga} = \frac{0,2276 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} \approx 0,0232 \text{ kg} = 23,2 \text{ g}$$

<u>II метода:</u>

Пошто метал виси о нити и мирује, збир сила на њега мора бити нула. Сила затезања нити (T) дјелује навише, као и сила потиска, док тежина дјелује наниже. Добијамо силу затезања:

$T + F_p = Q_m$

$T = Q_m - F_p$

$T = 0,03767 \text{ N} - 0,01177 \text{ N} = 0,0259 \text{ N}$

Укупна маса постављена изнад ваге је $m_{ukupno} = m_{c+v} + m_m$. Укупна тежина је $Q_{ukupno} = 0,21582 \text{ N} + 0,03767 \text{ N} = 0,25349 \text{ N}$.

Међутим, нит подиже дио те тежине силом затезања T. Вага показује само оно што нит не држи, те сила која дјелује на вагу:

$F_{vaga} = Q_{ukupno} - T$

$F_{vaga} = 0,25349 \text{ N} - 0,0259 \text{ N}$

$F_{vaga} = 0,22759 \text{ N} \approx 0,228 \text{ N}$

Коначно, маса коју вага показује износи:

$$m_{vaga} = \frac{0,22759 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} \approx 0,0232 \text{ kg} = 23,2 \text{ g}$$

4. Према Бернулијевој једначини за хоризонтално струјање:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho_a v_A^2 = P_{BC} + \frac{1}{2}\rho_a v^2$$

гдје је:

- $P_A = P_a + P$ (укупни притисак у пумпи А),

- $v_A \approx 0$ (брзина ваздуха у пумпи А се занемарује, јер је ширина балона много већа од ширине цјевчице BC),

- P_{BC} (притисак у цијеви BC),

- v (брзина ваздуха у цијеви BC),

- $\rho_a = 1,30 \text{ kg/m}^3$ (густина ваздуха).

Уврштавањем познатих вриједности добијамо:

$$(P_a + P) + 0 = P_{BC} + \frac{1,30 \cdot v^2}{2}$$

Одавде за притисак у цијеви добијамо:

$$P_{BC} = P_a + P - 0,65v^2$$

Да би парфем почео да се пење уз вертикалну цијев висине h, притисак изнад течности у тој цијеви (P_{BC}) мора бити мањи од атмосферског притиска (P_a) који дјелује на слободну површину течности у посуди.

Разлика притисака мора бити довољна да савлада хидростатички притисак стуба течности густине ρ и висине h:

$$P_a - P_{BC} = \rho g h$$

Из овога слиједи да је притисак у цијеви BC потребан за одржавање стуба течности висине h:

$P_{BC} = P_a - \rho g h$, $P_{BC} = 99853,5\ \mathrm{Pa}$

Сада имамо два различита израза за исти притисак P_{BC}. Да бисмо пронашли брзину v, изједначићемо десне стране једначина из претходних корака:

$$P_a + P - 0,65v^2 = P_a - \rho g h$$

Једноставно налазимо $0,65v^2 = P + \rho g h$, одакле коначно добијамо израз за минималну брзину ваздуха потребну да течност дође до врха вертикалне цијеви:

$$v = \sqrt{\frac{P + \rho g h}{0,65}}$$

$$v \approx 59,12\ \mathrm{m/s}$$

5. Дати подаци:

- Челична цијев: $R_{un,1} = 5,0\ \mathrm{cm}$, $d_1 = 0,30\ \mathrm{cm}$, $l = 50\ \mathrm{cm} = 0,50\ \mathrm{m}$, $E_1 = 210\ \mathrm{GPa}$
- Бакарне цијеви: $d_2 = 0,15\ \mathrm{cm}$, $E_2 = 120\ \mathrm{GPa}$
- Средњи напон: $\sigma = 7,5 \times 10^7\ \mathrm{N\ m^{-2}}$

(a) Користимо формулу за површину прстена $S = \frac{\pi}{4}(R_{van}^2 - R_{un}^2)$, гдје су дати вањски и унутрашњи пречник датог прстена.

Челична цијев (S_1):

Спољашњи пречник је $R_{van,1} = 5,0 + 2 \cdot 0,30 = 5,6\ \mathrm{cm}$.

$$S_1 = \frac{\pi}{4}(5,6^2 - 5,0^2) \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2} = 4,995 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$$

Бакарне цијеви (S_2):

Унутрашњи слој: $R_{van} = 5,0 \text{ cm}$, $R_{un} = 5,0 - 2 \cdot 0,15 = 4,7 \text{ cm}$.

Спољашњи слој: $R_{un} = 5,6 \text{ cm}$, $R_{out} = 5,6 + 2 \cdot 0,15 = 5,9 \text{ cm}$

Укупна површина попречног пресјека обје бакарне цијеви (унутрашње и спољашње):

$$S_2 = \frac{\pi}{4}[(5,0^2 - 4,7^2) + (5,9^2 - 5,6^2)] \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 4,995 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Укупна површина попречног пресјека сложене цијеви:

$$S_{uk} = S_1 + S_2 = 4,995 \times 10^{-4} + 4,995 \times 10^{-4} = 9,99 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Да бисмо израчунали издужење, морамо узети у обзир да су цијеви чврсто спојене, па имају исто релативно издужење $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$.

Укупна сила F је збир сила у челику и бакру:

$$F = F_1 + F_2 = E_1 S_1 \epsilon + E_2 S_2 \epsilon = (E_1 S_1 + E_2 S_2)\frac{\Delta l}{l}$$

Пошто је задат средњи напон $\sigma = \frac{F}{S_{uk}}$, из тога слиједи: $F = \sigma \cdot S_{uk}$.

Изједначавањем ова два израза за силу добијамо:

$$\sigma \cdot S_{uk} = (E_1 S_1 + E_2 S_2)\frac{\Delta l}{l}$$

Одавде изразимо издужење:

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot S_{uk} \cdot l}{E_1 S_1 + E_2 S_2}$$

$$\Delta l = \frac{7,5 \times 10^7 \cdot 9,99 \times 10^{-4} \cdot 0,50}{(210 \times 10^9 \cdot 4,995 \times 10^{-4}) + (120 \times 10^9 \cdot 4,995 \times 10^{-4})}$$

$$\Delta l \approx 2,27 \times 10^{-4} \text{ m}$$

(б) Напон у бакарним цијевима (σ_2)

Напон у бакру рачунамо директно из Хуковог закона користећи заједничку деформацију:

$$\sigma_2 = E_2 \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma_2 = 120 \times 10^9 \cdot \frac{2,27 \times 10^{-4}}{0,50}$$

$$\sigma_2 = 5,45 \times 10^7 \text{ N m}^{-2}$$