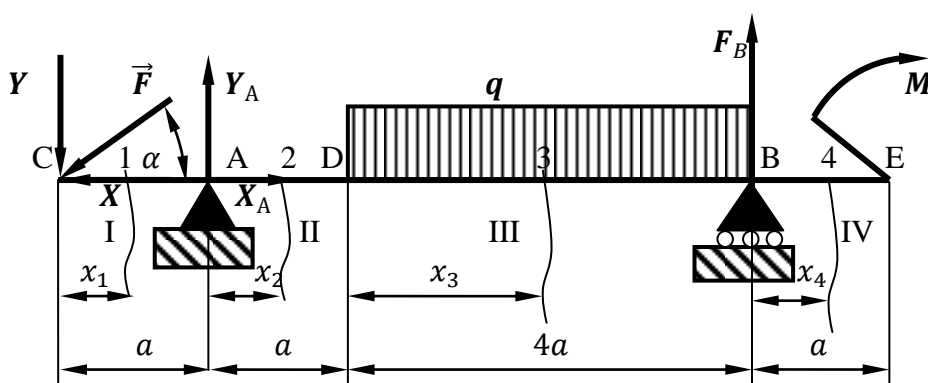


ЗАДАТАК БРОЈ 1

38 бодова

За носач приказан на наредној слици потребно је одредити:

1. Отпоре у ослоњцима А и В;
2. Вриједност трансверзалне силе у пољима I, II, III (на почетку, у средини и на крају поља) и IV;
3. Вриједност аксијалне силе у пољима I, II, III и IV;
4. Вриједност момената савијања у пољу I ако је $x_1 = 0m$, $x_1 = 0,5m$ и $x_1 = 1m$; у пољу II ако је $x_2 = 0m$, $x_2 = 0,5m$ и $x_2 = 1m$; у пољу III ако је $x_3 = 0m$, $x_3 = 2m$ и $x_3 = 4m$; у пољу IV ако је $x_4 = 0m$, $x_4 = 0,5m$ и $x_4 = 1m$;
5. Нацртати дијаграм трансверзалне и аксијалне силе и дијаграм момената савијања;



Подаци

$$\begin{aligned} F &= 50kN \\ M &= 20kNm \\ \alpha &= 30^\circ \\ a &= 1m \\ q &= \frac{10kN}{m} \end{aligned}$$

Поље I је од C до A
Поље II је од A до D
Поље III је од D до B
Поље IV је од B до E

$$X = F \cdot \cos \alpha = 50 \cdot 0,866 = 43,30kN$$

$$Y = F \cdot \sin \alpha = 50 \cdot 0,5 = 25kN$$

1. Отпори ослоњаца

$$\sum x = 0; -X + X_A = 0 \rightarrow X_A = X = 43,30kN$$

$$\sum y_i = 0; -Y + Y_A - F_q + F_B = 0 \rightarrow Y_A = Y + F_q - F_B = 25 + 40 - 23 = 42kN$$

$$\sum M_A = 0; Y \cdot a - F_q \cdot 3a + F_B \cdot 5a - M = 0$$

$$F_B = \frac{-Y \cdot a + F_q \cdot 3a + M}{5a} = \frac{-25 \cdot 1 + 40 \cdot 3 + 20}{5} = 23kN$$

Сваки тачан резултата доноси
1 бод

УКУПНО 3 БОДА

2. Трансверзална сила

За поље I

$$F_{TI} = -Y = -25kN$$

За поље II

$$F_{TII} = -Y + Y_A = -25 + 42 = 17kN$$

За поље III

На почетку ($x_3 = 0m$)

$$F_{TIII} = -Y + Y_A = -25 + 42 = 17kN$$

На средини поља ($x_3 = 2m$)

$$F_{TIII} = -Y + Y_A - q \cdot 2 = -25 + 42 - 10 \cdot 2 = -3kN$$

На крају поља ($x_3 = 4m$)

$$F_{TIII} = -Y + Y_A - q \cdot 4 = -25 + 42 - 10 \cdot 4 = -23kN$$

За поље IV

$$F_{TIV} = -Y + Y_A - q \cdot 4 + F_B = -25 + 42 - 10 \cdot 4 + 23 = 0kN$$

Сваки тачан резултата доноси 1 бод
УКУПНО 6 БОДА

3. Аксијална сила**За поље I**

$$X_{aI} = X = 43,30 \text{ kN}$$

За поље II

$$X_{aII} = X - X_A = 43,30 - 43,30 = 0$$

За поље III

$$X_{aIII} = X - X_A = 43,30 - 43,30 = 0$$

За поље IV

$$X_{aIV} = X - X_A = 43,30 - 43,30 = 0$$

Сваки тачан резултата доноси 1 бод**УКУПНО 4 БОДА****4. Моменти савијања****За поље I** **$x_1 = 0$ - Тачка C**

$$M_{sC} = -Y \cdot x_1 = -25 \cdot 0 = 0 \text{ kNm}$$

 $x_1 = 0,5 \text{ m}$ - Тачка 1

$$M_{s1} = -Y \cdot x_1 = -25 \cdot 0,5 = -12,50 \text{ kNm}$$

 $x_1 = 1 \text{ m}$ - Тачка A

$$M_{sA} = -Y \cdot x_1 = -25 \cdot 1 = -25 \text{ kNm}$$

Сваки тачан резултата доноси 1 бод**УКУПНО 12 БОДОВА****За поље II** **$x_2 = 0$ - Тачка A**

$$M_{sA} = -Y \cdot (a + x_2) + Y_A \cdot x_2 = -25 \cdot (1 + 0) + 42 \cdot 0 = -25 \text{ kNm}$$

 $x_2 = 0,5 \text{ m}$ - Тачка 2

$$M_{s2} = -Y \cdot (a + x_2) + Y_A \cdot x_2 = -25 \cdot (1 + 0,5) + 42 \cdot 0,5 = -16,5 \text{ kNm}$$

 $x_2 = 1 \text{ m}$ - Тачка D

$$M_{sD} = -Y \cdot (a + x_2) + Y_A \cdot x_2 = -25 \cdot (1 + 1) + 42 \cdot 1 = -8 \text{ kNm}$$

За поље III **$x_3 = 0$ - Тачка D**

$$M_{sD} = -Y(2a + x_3) + Y_A \cdot (a + x_3) - q \cdot \frac{x_3^2}{2} = -25 \cdot (2 + 0) + 42 \cdot (1 + 0) - 10 \frac{0^2}{2} = -8 \text{ kNm}$$

 $x_3 = 2 \text{ m}$ - Тачка 3

$$M_{s3} = -Y(2a + x_3) + Y_A \cdot (a + x_3) - q \cdot \frac{x_3^2}{2} = -25 \cdot (2 + 2) + 42 \cdot (1 + 2) - 10 \frac{2^2}{2} = 6 \text{ kNm}$$

 $x_3 = 4 \text{ m}$ - Тачка B

$$M_{s3} = -Y(2a + x_3) + Y_A \cdot (a + x_3) - q \cdot \frac{x_3^2}{2} = -25 \cdot (2 + 4) + 42 \cdot (1 + 4) - 10 \frac{4^2}{2} = -20 \text{ kNm}$$

За поље IV **$x_4 = 0 \text{ m}$ - Тачка B**

$$M_{s3} = -Y(6a + x_4) + Y_A \cdot (5a + x_4) - F_q \cdot (2a + x_4) + F_B \cdot x_4 = -25 \cdot (6 + 0) + 42 \cdot (5 + 0) - 40 \cdot (2 + 0) + 23 \cdot 0 = -20 \text{ kNm}$$

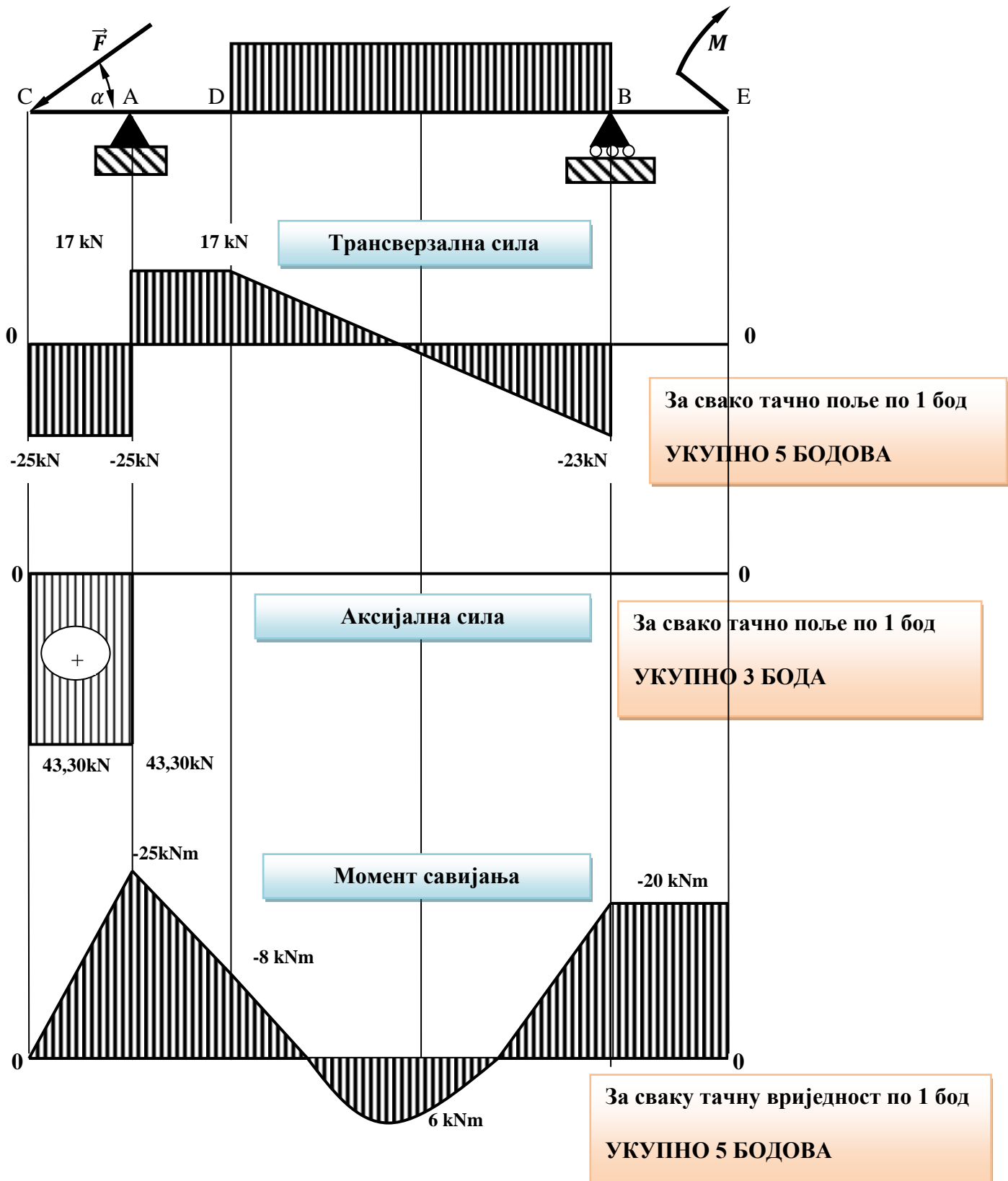
 $x_4 = 0,5 \text{ m}$ - Тачка B

$$M_{s3} = -Y(6a + x_4) + Y_A \cdot (5a + x_4) - F_q \cdot (2a + x_4) + F_B \cdot x_4 = -25 \cdot (6 + 0,5) + 42 \cdot (5 + 0,5) - 40 \cdot (2 + 0,5) + 23 \cdot 0,5 = -20 \text{ kNm}$$

$x_4 = 1\text{m}$ - Тачка В

$$M_{S3} = -Y(6a + x_4) + Y_A \cdot (5a + x_4) - F_q \cdot (2a + x_4) + F_B \cdot x_4 = -25 \cdot (6 + 1) + 42 \cdot (5 + 1) - 40 \cdot (2 + 1) + 23 \cdot 1 = -20 \text{ kNm}$$

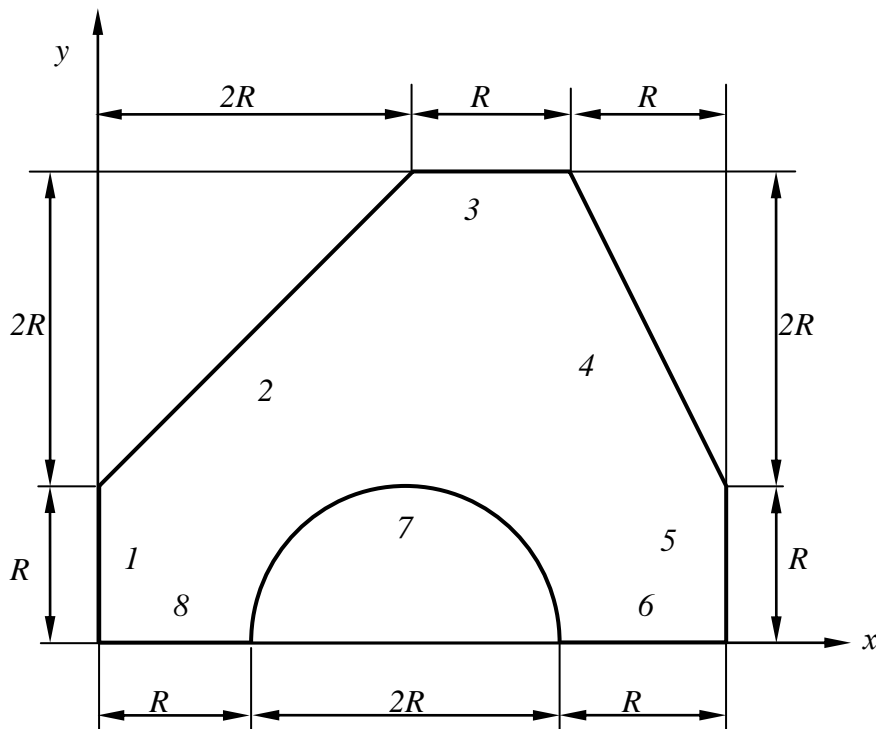
Дијаграми



ЗАДАТАК БРОЈ 2

26 бодова

За хомогену раванску линију приказану на слици треба одредити удаљеност тежишта по „x“ и „y“ оси.



Подаци:

$$R = 10 \text{ cm}$$

*Линије су означене бројевима од 1 до 8

Линија 1

$$L_1 = R = 10 \text{ cm}$$

$$x_1 = 0 \text{ cm}$$

$$y_1 = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

За сваку тачно израчунату вриједност по 1 бод

УКУПНО 26 БОДОВА

Линија 2

$$L_2 = \sqrt{(2R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{(2 \cdot 10)^2 + (2 \cdot 10)^2} = 28,28 \text{ cm}$$

$$x_2 = \frac{2 \cdot R}{2} = \frac{2 \cdot 10}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$y_2 = R + \frac{2R}{2} = 10 + \frac{20}{2} = 20 \text{ cm}$$

Линија 3

$$L_3 = R = 10 \text{ cm}$$

$$x_3 = 2 \cdot R + \frac{R}{2} = 2 \cdot 10 + \frac{10}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$y_3 = 3 \cdot R = 30 \text{ cm}$$

Линија 4

$$L_4 = \sqrt{(2 \cdot R)^2 + (R)^2} = \sqrt{(2 \cdot 10)^2 + (10)^2} = 22,36 \text{ cm}$$

$$x_4 = 3 \cdot R + \frac{R}{2} = 30 + \frac{10}{2} = 35 \text{ cm}$$

$$y_4 = R + \frac{2 \cdot R}{2} = 10 + \frac{2 \cdot 10}{2} = 20 \text{ cm}$$

Линија 5

$$L_5 = R = 10\text{cm}$$

$$x_5 = 4 \cdot R = 4 \cdot 10 = 40\text{cm}$$

$$y_5 = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$$

Линија 6

$$L_6 = R = 10\text{cm}$$

$$x_6 = 3 \cdot R + \frac{R}{2} = 3 \cdot 10 + \frac{10}{2} = 35\text{cm}$$

$$y_6 = 0\text{cm}$$

Линија 7

$$L_7 = \frac{2 \cdot R \cdot \pi}{2} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \pi}{2} = 31,4\text{cm}$$

$$x_7 = R + R = 10 + 10 = 20\text{cm}$$

$$y_7 = \frac{2 \cdot R}{\pi} = \frac{2 \cdot 10}{\pi} = 6,37\text{cm}$$

Линија 8

$$L_8 = R = 10\text{cm}$$

$$x_8 = \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$$

$$y_8 = 0\text{cm}$$

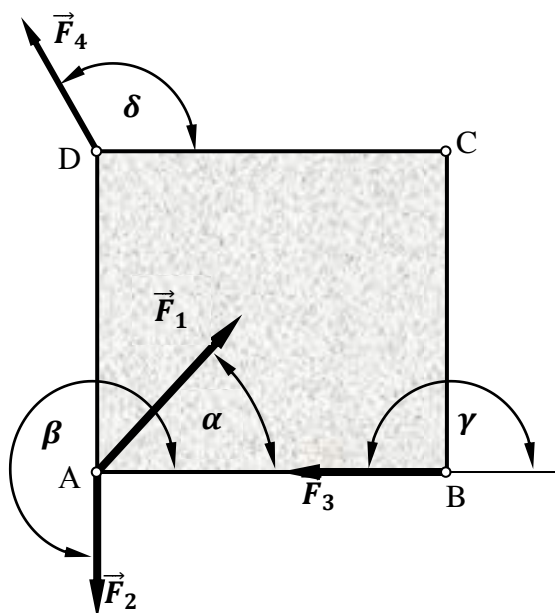
$$X_C = \frac{L_1 \cdot x_1 + L_2 \cdot x_2 + L_3 \cdot x_3 + L_4 \cdot x_4 + L_5 \cdot x_5 + L_5 \cdot x_6 + L_7 \cdot x_7 + L_8 \cdot x_8}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8} = 20,78\text{cm}$$

$$Y_C = \frac{L_1 \cdot y_1 + L_2 \cdot y_2 + L_3 \cdot y_3 + L_4 \cdot y_4 + L_5 \cdot y_5 + L_6 \cdot y_6 + L_7 \cdot y_7 + L_8 \cdot y_8}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6 + L_7 + L_8} = 12,21\text{cm}$$

ЗАДАТАК БРОЈ 3

14 бодова

За квадратну плочу приказану на слици дејствује систем сила као на слици. Изврши редукцију датог система сила на тачку С и одреди интезитет, правац и смјер главног вектора и интезитет главног момента.



Подаци

$$F_1 = 100\text{N}; \quad \alpha = 45^\circ$$

$$F_2 = 100\text{N}; \quad \beta = 270^\circ$$

$$F_3 = 50\text{N}; \quad \gamma = 180^\circ$$

$$F_4 = 50\text{N}; \quad \delta = 120^\circ$$

$$a = 2\text{m}$$

$$X_1 = F_1 \cdot \cos\alpha = 100 \cdot \cos 45^\circ = 70,71\text{N}$$

$$Y_1 = F_1 \cdot \sin\alpha = 100 \cdot \sin 45^\circ = 70,71\text{N}$$

$$X_2 = F_2 \cdot \cos\beta = 100 \cdot \cos 270^\circ = 0\text{N}$$

$$Y_2 = F_2 \cdot \sin\beta = 100 \cdot \sin 270^\circ = -100\text{N}$$

$$X_3 = F_3 \cdot \cos\gamma = 50 \cdot \cos 180^\circ = -50\text{N}$$

$$Y_3 = F_3 \cdot \sin\gamma = 50 \cdot \sin 180^\circ = 0\text{N}$$

$$X_4 = F_4 \cdot \cos\delta = 50 \cdot \cos 120^\circ = -25\text{N}$$

$$Y_4 = F_4 \cdot \sin\delta = 50 \cdot \sin 120^\circ = 43,30\text{N}$$

$$X_R = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = -4,29\text{N}$$

$$Y_R = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 = 14,01\text{N}$$

$$F_R = \sqrt{X_R^2 + Y_R^2} = \sqrt{(-4,29)^2 + 14,01^2} = 14,65\text{ [N]}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_R = \frac{Y_R}{X_R} = -3,2667$$

$$\alpha_R = -72,98^\circ$$

$$M_R = 13,40\text{Nm}$$

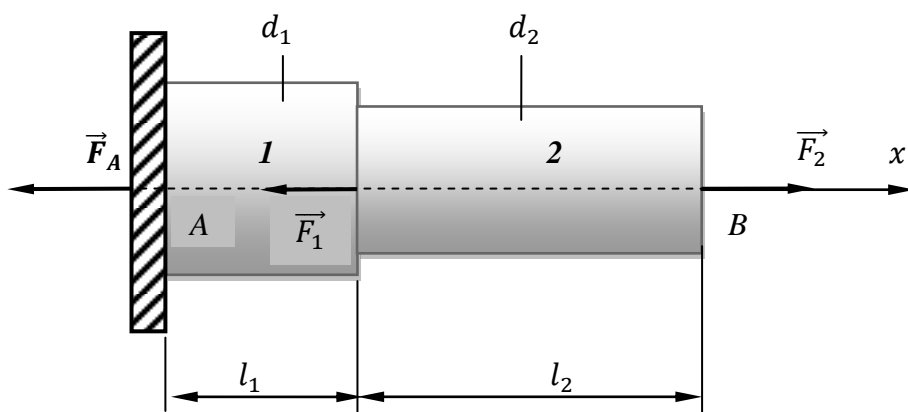
Сваки тачан резултат носи по 1 бод.

УКУПНО 14 БОДОВА

ЗАДАТАК БРОЈ 4

16 бодова

Штап АВ кружног пресека израђен је од челика и оптерећен силама \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Израчунати силе и напоне у дијелу штапа 1 и 2 као и укупно издужење штапа. Нацртати дијаграм силе која оптерећује дијелове штапа 1 и 2 и дијаграм напона у дијеловима 1 и 2 штапа.



Подаци

$$F_1 = 10 \text{ [kN]}; F_2 = 30 \text{ [kN]};$$

$$l_1 = 40 \text{ [cm]}; l_2 = 80 \text{ [cm]};$$

$$E_{\text{ч}} = 21000 \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right];$$

$$d_1 = 40 \text{ [mm]}; d_2 = 20 \text{ [mm]}$$

$$\sum x = 0 \rightarrow -F_A - F_1 + F_2 = 0 \rightarrow F_A = F_2 - F_1 = 30 - 10 = \mathbf{20 \text{ [kN]}}$$

1 бод

$$N_1 = F_A = \mathbf{20 \text{ [kN]}}$$

1 бод

$$N_2 = F_2 = \mathbf{30 \text{ [kN]}}$$

1 бод

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{N_1}{\frac{d_1^2 \pi}{4}} = \frac{4 \cdot 20}{4^2 \pi} = 1,59 \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$$

1 бод

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{N_2}{\frac{d_2^2 \pi}{4}} = \frac{4 \cdot 30}{2^2 \pi} = 9,55 \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$$

1 бод

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{20 \cdot 40}{21000 \cdot \frac{4^2 \cdot 3,14}{4}} = 0,003 \text{ [cm]}$$

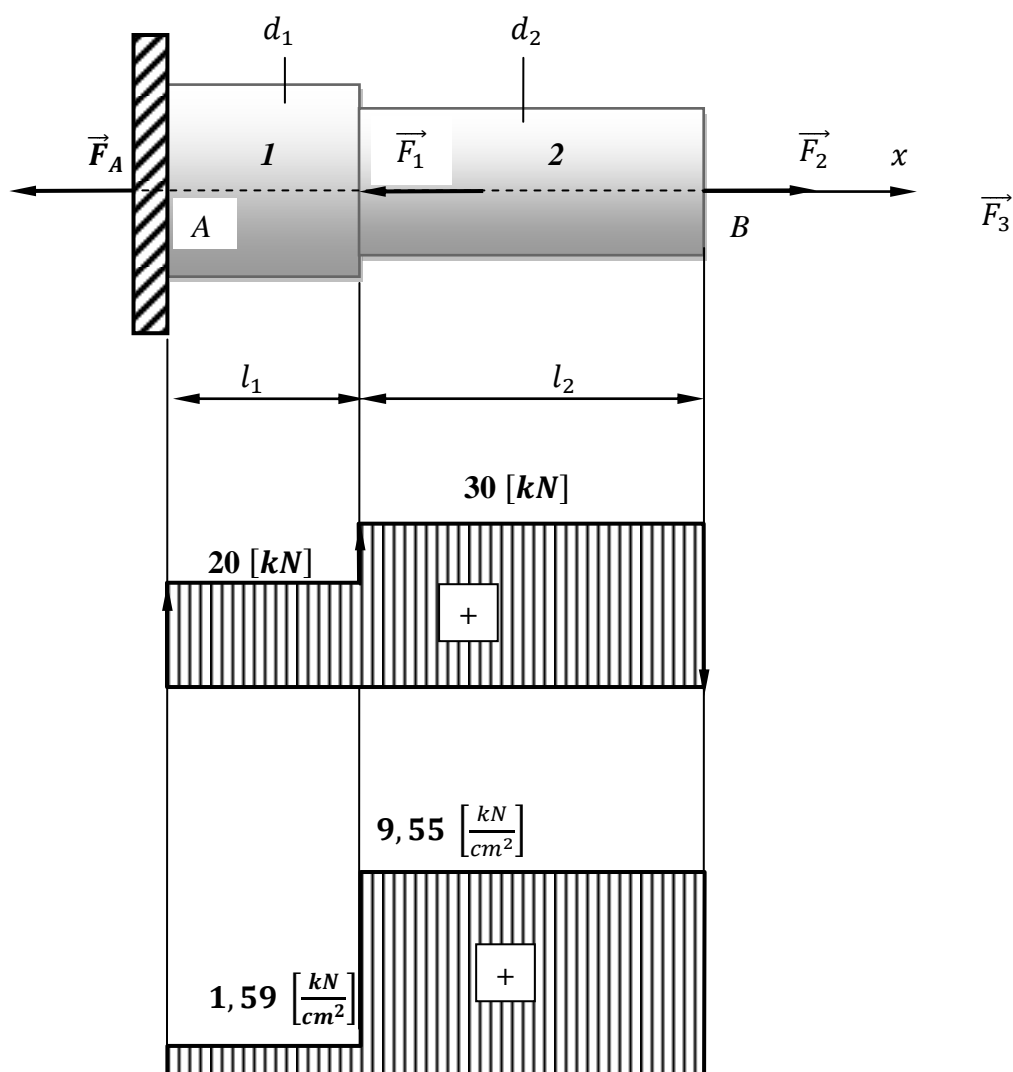
1 бод

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{30 \cdot 80}{21000 \cdot \frac{2^2 \cdot 3,14}{4}} = 0,036 \text{ [cm]}$$

1 бод

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,039 \text{ [cm]}$$

1 бод



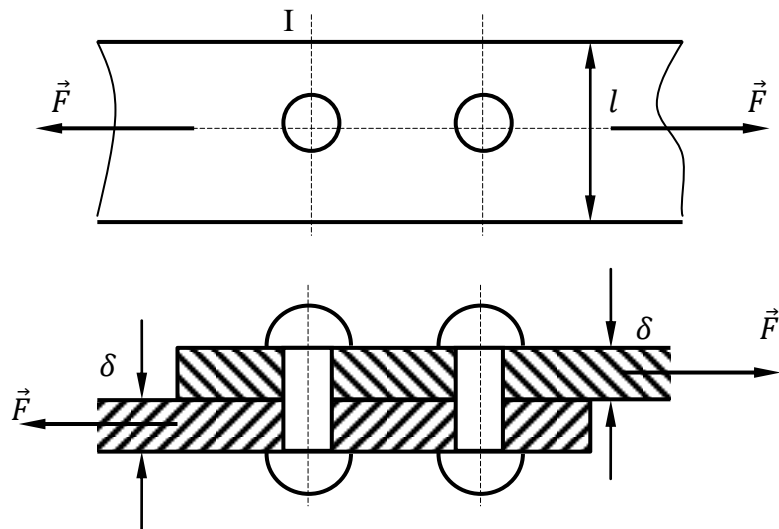
4 бода

4 бода

ЗАДАТАК БРОЈ 5

6 бодова

Двије лимене траке оптерећене силом \vec{F} , као на слици, треба спојити са двије заковице. Израчунати пречник d заковице, и ширину l траке лима.



Подаци

$$F = 80 \text{ [kN]}$$

$$\delta = 1,5 \text{ [cm]}$$

$$\sigma_d = 12 \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\tau_d = 8 \left[\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\tau_s = \frac{F}{2A} \leq \tau_d \rightarrow \frac{F}{2A} = \tau_d \rightarrow A = \frac{F}{2 \cdot \tau_d}$$

$$\frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{F}{2 \cdot \tau_d}$$

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{\tau_d \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{8 \cdot \pi}} = 2,52 \text{ cm}$$

3 бода

$$F = (l - d) \cdot b \cdot \sigma_d$$

$$l = \frac{F + d \cdot \delta \cdot \sigma_d}{\delta \cdot \sigma_d} = \frac{80 + 2,52 \cdot 1,5 \cdot 12}{1,5 \cdot 12} = 6,96 \text{ [cm]}$$

3 бода